Сулим Г. Т. Термомеханічний критерій утворення частинки зношування для просторового напруженого стану / Г. Сулим, С. Пир'єв // Вісник ТНТУ — Тернопіль : ТНТУ, 2015. — Том 77. — № 1. — С. 15-30. — (Механіка та матеріалознавство).

УДК 539.3

Г. Сулим¹, докт. фіз.-мат. наук; С. Пир'єв²

¹Львівський національний університет імені Івана Франка ²Українська академія друкарства

ТЕРМОМЕХАНІЧНИЙ КРИТЕРІЙ УТВОРЕННЯ ЧАСТИНКИ ЗНОШУВАННЯ ДЛЯ ПРОСТОРОВОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

Резюме. Стисло проаналізовано існуючу класифікацію частинок зношування, які формуються під час руйнування металевих сплавів в умовах тертя. Виявлено, що деякі з них можна ототожнити зі структурними елементами приповерхневого шару. У зв'язку з цим запропоновано двоточковий термомеханічний критерій утворення частинок зношування для тривимірного напруженого стану в приповерхневому шарі трибологічної системи. Використовуючи цей критерій, виявлено тісний зв'язок між мікроструктурою сплаву, розмірами частинок зношування й шорсткістю поверхневого шару контртіла. Для прикладу, Побудовано карту термомеханічного зношування для сталі ШХ15.

Ключові слова: тертя, зношування, термомеханічне навантаження, просторовий напружений стан.

G. Sulym, S. Pyr'yev

THERMO-MECHANICAL CRITERION OF GENERATION OF WEAR PARTICLES FOR VOLUMETRIC STRESS

Summary. The model of friction and wear surfaces is constructed based on theory of mechanical frictional interaction. The state of stress and kind of the surface layers fracture is analyzed. Longevity of mobile connections is estimated and critical conditions that lead to disruption of its normal function are defined. The ways to control friction and wear are discussed. The destruction of metal alloys in terms of friction accompanied by the separation of fine particles of a material called wear particles that are the parts of the metal matrix material. The current classification of the wear particles formed during the destruction of metal under the friction is briefly analysed. It is found that some of them can be identified as the structural elements of the surface layer. Thus, the two-point thermomechanical criteria of the appearance of wear particles for threedimensional stress state in the surface layer of the tribological system is proposed. Thermomechanical wear criterion is based on the assumption that wear of the contact surfaces under mechanical and thermal load (frictional load) may occur due to the transition of the material at two points of the surface layer in the plastic state. Considered that the yield strength depends on the temperature. The distributions of the temperature and stresses in a half-space, caused by the temperature and normal pressure in the contact area, that moves with a constant speed, are used as input. Using this criteria, a close relationship between the microstructure of the alloy, size of wear particle and roughness of the surface layer counter-body is found. The size of the grain surface, under and above which under certain conditions material can pass in plastic state, may be defined from the size of contact spot (space of load of surface), which is formed from a single sliding frictional contact with a solid half-space inequalities can specify. Thus, there is the correlation between the size of a grain surface layer and the size of contact spot. For example, a map for the thermomechanical wear of the steel ShH15 is built.

Comparison of critical load values in the case of one- and two-point criteria is done. The difference between the proposed criteria of wear and proposed previously by the authors one point criterion is that the critical stress is reached not only in some point in the friction surface, but in nearest to this point under the surface (such as grain size range).

Key words: friction, wear, thermomechanical loading, the stress state space.

Вступ. Механіка фрикційної взаємодії (трибомеханіка) є напрямком досліджень однієї з фундаментальних наук – механіки, і прикладної науки – трибології. Завдяки спільним зусиллям спеціалістів із механіки деформівного твердого тіла й трибологів, а також фахівців у галузі хімії та фізики, вдається все глибше пізнати особливості явища тертя і руйнування поверхонь, а разом із тим розробити способи

керування цими процесами. На базі механіки фрикційної взаємодії будуються моделі тертя і зношування поверхонь; аналізується напружений стан і характер руйнування поверхневих шарів; оцінюється довговічність роботи рухомих з'єднань, а також визначаються критичні умови, що призводять до порушення їх нормального функціонування. Розробляються також способи керування процесами тертя і зношування.

Методи механіки деформівного тіла, передусім таких її розділів, як механіка контактної взаємодії і механіка руйнування, є потужним засобом аналітичного дослідження проблем трибології. Розв'язання задач механіки контактної взаємодії з урахуванням таких специфічних властивостей фрикційного контакту, як поверхнева мікроструктура, тертя й адгезія, тепловиділення при терті та ін., дає можливість розрахувати напруження і температуру в області контакту, а також у тонких поверхневих шарах, що дуже важливо з точки зору прогнозування характеру їх руйнування при терті [1].

Експериментальні дослідження процесу тертя металів і сплавів [2–4] свідчать, що при високих навантаженнях у поверхневих шарах матеріалів формується специфічна структура, яка свідчить про пластичне течіння матеріалу переважно вздовж напряму ковзання. Деформації при цьому можуть бути або локалізовані в поверхневому шарі, в якому спостерігається ламінарне пластичне течіння матеріалу [3], або відносно плавно монотонно зменшуються зі збільшенням відстані від поверхні тертя. При розгляді поперечного щодо напряму руху перерізу зразка стає добре помітною однорідна структура поверхневого шару зі смугами ковзання, паралельними до поверхні [3].

Руйнування металевих сплавів в умовах тертя супроводжується відділенням дрібних частинок матеріалу, які називають частинками зношування. Під частинками зношування можна розуміти «металеві частинки», які входили до складу металевої матриці матеріалу (фериту або аустеніту та ін.). Докладне вивчення частинок зношування здійснене, наприклад, у роботах [5–19].

Електронно-мікроскопічне дослідження частинок зношування, витягнутих з різних фрикційних з'єднань, дало можливість виявити чотири їх основні види [9,10,11]. Частинки зношування у вигляді мініатюрних спіралей, пластин різної товщини, осколків та кульок.

Згідно з сучасними уявленнями існують чотири типи частинок, які утворюються за умов тертя кочення і втомного зношування: роздроблені (відколоті, розбиті) частинки (розміри їх коливаються у межах від 10 до 30 μ m); ламінарні (шаруваті, пластинчасті, пелюсткові) частинки (характерний розмір частинок варіюється від 20 до 50 μ m, а відношення найбільшого розміру – до товщини близько 30:1 [11]); порізані (кошлаті, великі, масивні) частинки (більшість їх має товщину від 5 до 20 μ m, а відношення на поверхні окислів [20]). Сферичні частинки (розміром менше 5 μ m) утворюються при зношуванні підшипників кочення [16–19]. Розміри великих сферичних частинок можуть коливатися від 50 μ m до 100 μ m. Поверхня цих частинок демонструє ознаки перегріву і навіть плавлення [20].

Пошкодження або скоринг-частинки викликані занадто високими навантаженнями й швидкостями. У результаті істотного підвищення температури в трибоспряженні виникають задирки, утворюються оксиди і стають помітними кольори мінливості, які забарвлюють поверхню частинки, наприклад, у синій колір [20]. У вищезгаданій праці зроблена класифікація частинок зношування, які утворилися в умовах тертя коченням, за морфологією, розмірами і видом руйнування.

Згадані вище численні дані дослідження розмірів і форми відокремлених з поверхні тертя частинок зношування, а також мікрогеометрії зношеної поверхні (яку формують структурні елементи матеріалу, а тому розміри цих нерівностей так чи інакше більш-менш кратні середнім розмірам структурних елементів) дають можливість оцінити товщину поверхневого шару, що піддається руйнуванню при терті [21]. Для того, щоб уявити характерні розміри областей безпосередньої взаємодії і руйнування (вони різняться, але незначно), звернемося до задачі контакту двох тіл [1]. У ролі масштабної одиниці там прийнято діаметр Д плями контакту, характерний розмір якого перебуває в межах від 1 до 10 мкм. Зазначимо, що висота h_r нерівностей може набувати значення від 0,1 *D* до *D*. Розміри частинок зношування змінюються в доволі широких межах, однак у середньому вони не перевершують одного-двох діаметрів плями контакту, що дає можливість оцінити товщину приповерхневого шару *d*, у якому відбувається руйнування при терті. Його часто називають активним шаром. Активний шар неоднорідний за механічними характеристиками і має складну структуру. Це пояснюється тим, що практично всі поверхні, які беруть участь у терті, забруднені. На поверхні утворюються тонкі плівки молекул, адсорбованих з атмосфери, а також окисні та інші плівки, що виникають унаслідок хімічних реакцій поверхні з навколишнім середовищем [1]. Крім того, при більшості видів технологічної обробки поверхні відбувається зміна механічних характеристик приповерхневих шарів, які внаслідок цього можуть істотно різнитися від властивостей базового матеріалу. У цих шарах виникають дефектні структури різного масштабу і природи, внаслідок чого формуються залишкові напруження.

Високі контактні напруження, фрикційне нагрівання, вплив активного оточуючого середовища викликають розвиток у поверхневих шарах матеріалів тіл, що труться, складні структурні й фазові перетворення, які впливають на міцність, коефіцієнт тертя і зносостійкість металевих поверхонь. Головним чинником, який зумовлює розвиток процесів пружно-пластичного деформування й руйнування (зношування) поверхневого шару контактуючих матеріалів під час тертя ковзання, є високі поверхневі напруження, які виникають в області фрикційного контакту. Наявність нерівностей на поверхні реальних тіл є причиною того, що реальний дотик тіл відбувається на окремих елементарних майданчиках-плямах фактичного контакту. Загальна реальна площа контакту А_Р, яка складається з суми площ плям дотику $A_P = \sum A_i$, зазвичай на порядки менша від геометричної площі контакту A_{Γ} ($A_P << A_{\Gamma}$). Площа А_Р залежить від зовнішнього навантаження Р і механічних властивостей контактуючих матеріалів. Відношення A_P / A_{Γ} має порядок $10^{-3} - 10^{-1}$. Тому середній фактичний тиск p_r на плямах контакту, який визначається як відношення загального навантаження P до фактичної площі контакту A_P , тобто $p_r = P / A_P$, у 10 або навіть у 1000 разів перевершує номінальний контактний тиск [1].

У разі нерухомого контакту металевих тіл $A_P = P/H$, де H – твердість найменш міцного компонента пари [22]. Взаємне тертя металів супроводжується деформуванням приповерхневих шарів, утворенням і руйнуванням фрикційних зв'язків на окремих локалізованих ділянках поверхні – плямах контакту. Їхній розподіл залежить від мікрогеометрії, хвилястості та відхилення від геометричної форми поверхні контакту. Під час тертя плями контакту змінюються, «рухаючись» по контурній ділянці контакту.

Для рухомого металевого контакту $A_P \approx \alpha$ (*P*/H), де α – коефіцієнт, що залежить, в основному, від міри здатності матеріалів до зміцнення й коефіцієнта тертя ($\alpha \approx 2-4$ [23]). При відносному переміщенні (ковзанні) тіл їх плями фактичного дотику внаслідок локальної пластичної деформації металу виходять з контакту і змінюють свої місця, переміщуючись по поверхні тертя. Таким чином, під час даного процесу відбувається послідовне втягування всієї геометричної поверхні контакту і прилеглих до неї мікрооб'ємів матеріалу в деформаційну взаємодію. Відомо, що кожна окрема рухома тверда мікронерівність формує в поверхневому шарі контртіла дві зони напружень – зону стискувальних і зону розтягувальних напружень [22,23]. Як вже вище зазначалося, в умовах статичного металевого контакту тиск на окремій плямі дотику оцінюється значенням мікротвердості найменш міцного компонента контактуючої пари. При ковзанні тіл мікротвердість матеріалу стискуваної зони, як правило, зростає внаслідок його зміцнення під час інтенсивного пластичного деформування. У відповідності зі зростанням мікротвердості може, очевидно, при взаємному зміщенні тіл підвищуватися і рівень стискувальних напружень (тиску) в розглянутій зоні. Отже, для заліза і його сплавів, у тому числі сталей різних класів, значення контактних тисків можуть імовірно лежати в інтервалі 5–13 ГПа. Таким чином, метал у контактній стискувальних напружень. Інтенсивна пластична деформація металу, що відбувається в зоні стискувального фрикційного контакту, значно змінює структуру матеріалу і, відповідно, міцність поверхневих шарів контактуючих тіл.

У літературі вже висловлювалася думка про потребу виявити кореляцію між мікроструктурою сплаву і розмірами частинок зношування, оскільки для деяких ділянок контакту розмір частинок зношування мав би корелювати з параметрами мікроструктури, наприклад з розміром зерен, оскільки спостережуване руйнування матеріалу відбувалося частково по межах зерен. Зокрема такий вид руйнування був характерний для катастрофічних видів зношування (наприклад, в умовах термічного схоплювання матеріалу), при підвищених навантаженнях і питомих тисках [20,24].

У приповерхневому шарі при фрикційному навантаженні діє кілька механізмів утворення тріщин [25]. На початкових етапах відбувається трансформування комірчастої структури в майже рівномірний розподіл дислокаційних скупчень і наступне формування з них стійких смуг ковзання. Зростаюча неврівноваженість цих дислокаційних ансамблів з часом під знакозмінним навантаженням призводить до формування поверхневих зсувів і надривів, що є джерелами мікротріщин. Необхідно зазначити наявність транс- та інтеркристалітного руйнування внаслідок формування й коагуляції численних пор; перетину двійників смугами ковзання та дії зернограничних механізмів руйнування.

У праці [26] сформульована узагальнююча концепція відшаровування в процесі зношування. Постулат теорії відшаровування, згідно з яким процес зношування визначається утворенням і зростанням тріщин до досягнення критичної довжини, є базовим у моделюванні механізму утворення відшарованих лусок зношування.

Процеси руйнування на поверхні тертя матеріалів ініціюються розтягувальними контактними напруженнями, що виникають у зоні розтягувального фрикційного контакту. При переміщенні мікронерівності мікрооб'єми металу, що зазнали перед тим пружно-пластичної деформації в зоні стиску, пізніше у зоні розтягу зазнають впливу розтягувальних зовнішніх напружень, а також, швидше за все, й додаткових внутрішніх залишкових розтягувальних напружень, які утворилися в стиснуеній зоні. Під дією зазначених розтягувальних напружень на поверхні тертя виникають численні ушкодження – мікротріщини, розвиток яких призводить до формування частинок зношування [27,28].

Для теоретичного дослідження процесів контактної і фрикційної взаємодії шорстких поверхонь необхідно мати вичерпну інформацію про характеристики контакту моделі одиничної мікронерівності. В основоположних роботах [27,29,30], що стосуються цього питання, використовувалися розв'язки контактних задач, отримані на основі рівнянь теорії пружності й пластичності. Пізніше [31] на основі наближеного розв'язку задачі про пружнопластичний контакт сферичного індентора з півпростором були отримані співвідношення, що описують пружнопластичний контакт шорстких поверхонь.

Докладний огляд температурних і термомеханічних явищ і ефектів, що супроводжують тертя при ковзанні двох тіл, міститься у статті [32]. Відзначено, що одним із небажаних наслідків фрикційного нагрівання є термомеханічне зношування їх робочих поверхонь, що відбувається внаслідок переходу матеріалу в пластичний стан під дією механічних і температурних напружень. Останні, зазвичай, розраховують за

допомогою розв'язків крайових задач теорії пружності та термопружності для півпростору, навантаженого в нерухомій круговій області на поверхні герцівським тиском і нагрітого на ній же температурним потоком з інтенсивністю, пропорційною цьому тиску [33–35].

Природно вважати, що утворенню частинки зношування дискретного розміру повинно передувати формування у поверхневому шарі структури, яка згодом здатна відокремитися від поверхні. Одну із умов формування такої структури дає запропонований нами у цій праці критерій можливого утворення частинки зношування.

Мета роботи: розробити двоточкові критеріальні співвідношення, які б могли враховувати структуру матеріалу - розмір зерен приповерхневого шару.

Раніше було побудовано одноточковий критерій термомеханічного зношування у випадку просторового квазістаціонарного температурного і термонапруженого стану складових пари тертя [36], де початок утворення частинки зношування пов'язано із виникненням граничного стану безпосередньо на поверхні контакту пари тертя.

У цій праці відомі критеріальні співвідношення термомеханічного зношування адаптовано на випадок просторового квазістаціонарного температурного і напруженого станів фрикційного елемента у двох характерних точках (точці фрикційної поверхні й на певній глибині під нею). Це, на думку авторів, гарантує виникнення критичного стану у певній приповерхневій області, яку можна ототожнювати із приповерхневим структурним елементом, що внаслідок дії зсуву через ослаблені зв'язки на міжкристалічних межах можна в цілісності вирвати із місця його розташування. Це створює можливість врахування приповерхневої структури матеріалу, зокрема його зернистості, у процесах його фрикційного руйнування.

У ролі вхідних даних використано розподіли температури й напруження у півпросторі, які викликані дією температурного потоку і нормального тиску в області контакту, що рухається з постійною швидкістю по поверхні [36].

Вихідні співвідношення для напружень і температури. Розглянемо пружний однорідний півпростір, якій віднесений до глобальної системи декартових координат O'x'y'z' і деяку незмінювану за розмірами і формою область S на поверхні z' = 0, що рухається з постійною швидкістю V у від'ємному напрямі осі O'x' (рис.1). З геометричним центром області жорстко зв'яжемо початок рухомої системи прямокутних координат Oxyz: x = x' + Vt, $t \ge 0$, y = y', z = z'. В області S діє механічне (нормальний тиск $p_0p(x, y)$, де p_0 – деяке довільно вибране характерне значення тиску, яке вибирається для зручності аналізу конкретної задачі, а p(x, y) – безрозмірна функція координат) і температурне (температурний потік з інтенсивністю, що дорівнює питомій потужності тертя $fVp_0p(x, y)$, $(x, y) \in S$ [37], f – коефіцієнт тертя) навантаження, які визначаються, наприклад, з розв'язку контактної задачі. Поза областю S (плямою контакту) поверхню півпростору вважаємо вільною і теплоізольованою. Розв'язок задачі міститься у праці [38].



Рисунок 1. Схема навантаження півпростору на плямі контакту

Figure 1. Scheme load half-space

В ейлеревій системі координат Охуг маємо усталене температурне поле [39]:

$$T(x, y, z) = \Lambda T^*(X, Y, Z), \tag{1}$$

де вираз для безрозмірної температури $T^*(X,Y,Z)$ у безрозмірних змінних X = x/a, Y = y/a, Z = z/a можна знайти у згаданій праці [38]; $\Lambda = fp_0(k/K)Pe$; Pe = Va/k; K, k – коефіцієнти тепло- і температуропровідності; a – характерний розмір зони навантаження (плями контакту).

Компоненти тензора напружень мають вигляд

$$\sigma_{mn}(x, y, z) = p_0 \sigma_{mn}^*(X, Y, Z), \ m, n \equiv x, y, z,$$
(2)

де безрозмірні компоненти тензора напружень

$$\sigma_{mn}^{*}(X,Y,Z) = \sigma_{mn}^{e^{*}}(X,Y,Z) + w_{th}\sigma_{mn}^{th^{*}}(X,Y,Z), \quad m,n \equiv x, y, z, \quad (3)$$

причому безрозмірні складові $\sigma_{mn}^{e^*}(X,Y,Z)$ і $\sigma_{mn}^{th^*}(X,Y,Z)$ компонент тензора напружень записані формулами (16) – (22) [38].

Безрозмірний параметр $w_{th} = 0,5PeG_{th}$ відповідає у співвідношенні (3) за внесок термічних напружень σ_{mn}^{th*} до повних напружень σ_{mn}^{*} у півпросторі, де $G_{th} = f H_{th}, \quad H_{th} = (2(1+\nu)\mu \alpha_{th} k)/(K(1-\nu)); \quad \alpha_{th} -$ коефіцієнт лінійного температурного розширення; ν, μ – коефіцієнти Пуассона та Ляме.

Термомеханічний критерій утворення частинки зношування. Вважаємо, якщо енергія деформації в точці області фрикційного навантаження півпростору, а також у точці області, яка розташована під цією точкою на певній відстані (наприклад, на відстані розміру зерна d чи іншого структурного елемента приповерхневого шару), одночасно досягають граничного значення W, то може відбутися утворення частинки зношування. Згадане граничне значення $W \equiv \sigma_Y^2/3$ зв'язане з межею текучості σ_Y , яка залежить від температури. Енергія деформації в точці області може бути записана через другий інваріант девіатора тензора напружень J_2 . Таким чином, критерій зношування, який розглядається, є не чим іншим, як зміненим критерієм пластичної текучості у двох точках. Одна з них належить поверхні фрикційного навантаження, а друга – розташована під першою на відстані, наприклад, розміру зерна. Запропонована умова забезпечує перехід відповідного цілісного структурного елемента у пластичний стан, а відтак за належного рівня зсувних зусиль створюються достатні умови для відокремлення такого елемента від основного матеріалу.

Приймається теж допущення про те, що при збільшенні енергії деформації до критичного значення, для якого спостерігається пластична деформація, більша частина цієї енергії перетворюється у поверхневу, в результаті чого утворюється деяка частинка зношування. Для видалення (виривання з масиву) такої частинки необхідна наявність діючої на неї сили тертя (адгезії чи когезії). Така модель є спрощенням процесу зношування. Але таке спрощення необхідне для кількісного аналізу такого складного явища, як зношування. Запропоновану умову слід вважати достатньою. А для забезпечення необхідності потрібно вимагати певної кратності повторення такої ситуації у розглядуваному місці, забезпечення такого рівня напруженого стану у фрикційній зоні, аби була реалізована додатково і робота втомних механізмів руйнування тощо.

Термомеханічний критерій зношування базується на припущенні, що зношування поверхні контакту під дією механічного і температурного навантаження (фрикційного навантаження) може відбутися внаслідок переходу матеріалу у двох точках поверхневого шару у пластичний стан. Згідно з критерієм Губера-Мізеса найбільшої інтенсивності дотичних напружень [39,40,41] матеріал у деякій точці області фрикційного навантаження і в точці на відстані d (меншої від характерного розміру зони навантаження - d < D) під зоною навантаження почне пластично деформуватися, якщо в цих точках виконуються критеріальні співвідношення

$$\sqrt{3J_2(x_0, y_0, 0)} \ge \sqrt{3J_2(x_d, y_d, d)} \ge \sigma_Y, \ (x_0, y_0) \in S, \ (x_d, y_d) \in S,$$
(4)

де другий інваріант $J_2(x, y, z)$ девіатора тензора напружень

$$J_{2} = \frac{1}{6} \Big[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^{2} + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^{2} + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^{2} + 6(\sigma_{xy}^{2} + \sigma_{yz}^{2} + \sigma_{zx}^{2}) \Big]; \quad (5)$$

 σ_{Y} – межа текучості залежить від температури. З урахуванням подання напружень (2), отримаємо

$$p_0\sqrt{3J_2^*(X_0,Y_0,0)} \ge p_0\sqrt{3J_2^*(X_d,Y_d,Z_d)} \ge \sigma_Y, \ (X_0,Y_0) \in S_0, \ (X_d,Y_d) \in S_0, \ (6)$$

де

$$J_{2}^{*} = \frac{1}{6} \Big[(\sigma_{xx}^{*} - \sigma_{yy}^{*})^{2} + (\sigma_{yy}^{*} - \sigma_{zz}^{*})^{2} + (\sigma_{zz}^{*} - \sigma_{xx}^{*})^{2} + 6(\sigma_{xy}^{*2} + \sigma_{yz}^{*2} + \sigma_{zx}^{*2}) \Big].$$
(7)

Відомо, що за розв'язком задачі Герца у разі контакту нерухомих гладких тіл по еліптичній області максимальне дотичне напруження лежить на деякій глибині d, яка залежить від відношення півосей [40], а у разі кругової області контакту – від радіуса плями контакту (див. теж [42]). Наприклад: d = 0,47a для b/a = 1 і d = 0,24a для b/a = 0,34. Максимальне дотичне напруження набуває відповідно значення $\tau_{max} = 0,31p_0$ і $\tau_{max} = 0,32p_0$.

Зазначимо, що безрозмірний другий інваріант $J_2^*(X,Y,Z)$ девіатора тензора напружень залежить від безрозмірних параметрів Pe = Va/k, f, $w_{th} = 0.5 PeG_{th}$. Тому його можна вважати функцією Pe та G_{th} .

Межа текучості σ_Y зв'язана з твердістю за Брінелем *HB* емпіричними залежностями [43], наприклад для сталей $\sigma_Y = (2,94-3,53)$ *HB*. Якщо знехтувати впливом на σ_Y деформаційного зміцнення, то для конструкційних сталей [43] цілком прийнятно вважати *HB* = $3\sigma_Y$. Тоді, скориставшись формулою Іто – Шішокіна *HB* = $HB_0(1 - \alpha T)$ [44], отримаємо $\sigma_Y = \sigma_Y^0 - \alpha HB_0T/3$, де $\sigma_Y^0 = HB_0/3$; *T* – відхилення температури від кімнатної. Звідси, з урахуванням подання температури (1), знаходимо

$$\sigma_{Y} = \sigma_{Y}^{0} - p_{0}CPeG_{th}T^{*}, \ C = \frac{\alpha HB_{0}(1-\nu)}{6\mu(1+\nu)\alpha_{t}}.$$
(8)

Підставивши залежність (8) у праву частину нерівності (6), отримуємо

$$\sigma^{*}(X,Y,Z) \ge \sigma_{Y}^{0} / p_{0}, \text{ ge } \sigma^{*}(X,Y,Z) = \sqrt{3J_{2}^{*}} + CPeG_{th}T^{*}.$$
 (9)

21

У точці $(X_0, Y_0) \in S_0$ на робочій поверхні z = 0 (Z = 0) і в точці $(X_d, Y_d) \in S_0$ на деякій відстані від поверхні z = d $(Z = Z_d)$ нерівність (6),(9) набуде вигляду

$$\sigma^*(X_0, Y_0, 0) \ge \sigma^*(X_d, Y_d, Z_d) \ge \sigma^*_{cr} = \sigma^0_Y / p_0,$$
(10)

де

$$\sigma^{*}(X_{0}, Y_{0}, 0) = \max_{Z=0, (X,Y) \in S_{0}} \sigma^{*}(X, Y, Z), \ \sigma^{*}(X_{d}, Y_{d}, Z_{d}) = \max_{Z>0, (X,Y) \in S_{0}} \sigma^{*}(X, Y, Z).$$

Таким чином, вираз (10) дає двоточковий критерій зношування матеріалу поверхні півпростору.

Співвідношення (10) являє собою температурозалежний критерій початку термомеханічного зношування пружнопластичних матеріалів. Алгоритм розрахунків за формулою (10) такий:

1) задаємо значення безрозмірних числа Пекле Pe, параметри G_{th} які на разі не пов'язані функційною залежністю, а також коефіцієнта α у формулі Іто – Шішокіна;

2) за відомими механічними (HB_0 , μ , ν) і теплофізичними (K, k, α_{th}) властивостями матеріалу вибраного елемента пари тертя обчислюємо значення сталої C (8);

3) у фіксованій точці з координатами (X,Y,Z) під поверхнею фрикційного навантаження півпростору визначаємо значення безрозмірних температури T^* (1) і напружень σ_{mn}^* (3). У результаті знаходимо в цій точці згідно з (9) величину $\sigma^*(X,Y,Z)$, враховуючи, що J_2^* – безрозмірний другий інваріант тензора напружень (7);

4) переходимо до наступних точок під робочою поверхнею і повторюємо процес обчислень. Знаходимо найбільше значення величини $\sigma^*(X,Y,Z)$. Підбираємо такі значення параметрів *Pe* і G_{th} , при яких існує максимальне із значень $\sigma^*(X,Y,0)$ у точці на робочій поверхні, яке дорівнює максимальному значенню $\sigma^*(X,Y,Z)$ під нею і приймаємо це значення за безрозмірне напруження σ_{cr}^* двоточкового максимуму у тілі;

5) з залежності (10) $\sigma_{cr}^* = \sigma_Y^0 / p_0$, яка характеризує досягнення у двох точках навантаженого і нагрітого тіла стану пластичності, визначаємо підозріле на критичність навантаження p_0 . Якщо ж значення p_0 задане, то при виконанні нерівності $p_0 \ge \sigma_Y^0 / \sigma_{cr}^*$ можливе зношування матеріалу.

Різниця запропонованого критерію зношування із запропонованим у [36] полягає в тому, що критичне значення напружень досягається не тільки у якійсь точці поверхні тертя, а також і у близькій до неї точці під цією поверхнею (наприклад, на відстані розміру зерна).

Пружний розв'язок статичної задачі Герца у разі кругової ділянки контакту свідчить [45], що найбільше дотичне напруження знаходиться не посередині плями контакту, а на певній глибині під нею, що дорівнює приблизно половині радіуса ділянки контакту. Причому це напруження більш ніж утричі перевищує аналогічне напруження в центрі області контакту. Цю точку у випадку матеріалу зі сталі (з огляду на її властивості пластичності та роль зсувних механізмів руйнування) вважають найнебезпечнішою. Розрахункове напруження в небезпечному пункті згідно з енергетичною теорією міцності згідно з працею [40] складає приблизно $0,6p_0$ максимального навантаження. Умову існування такої точки під час рухомого навантаження містить праця [42]. З урахуванням цього можна зробити висновок, що, знаючи розмір D плями дотику (поверхні навантаження S півпростору), яка утворюється від фрикційного контакту одиничної ковзної твердої нерівності з півпростором, можна вказати розмір приповерхневого зерна d, під яким і над яким при певних умовах матеріал може перейти у пластичний стан. Тобто існує кореляція між розміром зерна dприповерхневого шару і розміром D плями дотику.

Розрахунки за цією схемою виконаємо для еліптичної форми $S = \{(x, y) : x^2/a^2 + y^2/b^2 \le 1\}$ області дії зовнішнього навантаження на поверхні півпростору (h = b/a – відношення довжин півосей). Рухові області, видовженій в нормальному до руху навантаження напрямі відповідає значення параметра h = 2; видовженій у напрямі руху – h = 0.5. Розподіл тиску $p_0 p(x, y)$ у цій області вважаємо герцівським [46]:

$$p_0 = 3P/(2\pi ab), \ p(x,y) = \sqrt{1 - (x/a)^2 - (y/b)^2},$$
 (11)

де *Р* – головний вектор нормальних зусиль, розподілених на області *S*.

Матеріал півпростору – сталь для кулькових підшипників ШХ15, для якої: $HB_0 = 6,91 \ \Gamma \Pi a$, $\mu = 84,28 \ \Gamma \Pi a$, $\nu = 0,28$, $K = 38,52 \ BT/(MK)$, $k = 0,965 \cdot 10^{-5} \ M^2/c$, $\alpha_t = 14,0 \cdot 10^{-6} \ K^{-1}$ [47]. Для металів $\alpha = 0,957 \cdot 10^{-3}$ [44] і за формулою (8) визначаємо C = 0,5248.

На рис.2 зображена залежність між параметрами Pe та G_{th} , для яких виконується рівність у виразі (10) для різних відношень довжин півосей еліптичної області навантаження. Область під кривою відповідає значенням параметрів, для яких другий член виразу (10) більший за перший (максимальне значення σ^* досягається під ділянкою навантаження). Область над кривою відповідає значенням, для яких перший член у виразі (10) більший від другого (максимальне значення σ^* досягається на ділянці навантаження). Маркери на кривих стосуються обчислених значень.





Figure 2. The correlation parameters Pe and G_{th} twopoint criterion wear steel



Рисунок 3. Карта двоточкового критерію зношування для сталі Область під кривою відповідає параметрам можливого зношування



Якщо Pe = 0, то теплоутворення відсутнє і в області S на поверхні півпростору діє тільки нерухоме механічне навантаження. Для $G_{th} = 0$ (відсутнє тертя, f = 0) критичне напруження σ_{cr}^* досягається під областю навантаження (задача А. Н. Динника). Збільшення дотичного навантаження призводить до підвищення $\sigma^*(X,Y,0)$ і тільки для значення $G_{th} = 0,345$ (f = 0,328) в області навантаження з'являється ще одна точка X_0 ; 0; 0) (рис.2) ($X_0 = 0,95$ для h = 2 і $X_0 = 0,5$ для h = 0,5), в якій разом із точкою (X_d ; 0; Z_d) (рис.4, 5) ($X_d = -0,45$, $Z_d = 0,5$ для h = 2 і $X_d = -0,25$, $Z_d = 0,25$ для h = 0,5) параметр σ^* досягне критичного значення $\sigma^*_{cr} = 0,67$ (рис.3). Згідно з запропонованим критерієм зношування для навантаження $p_0 = \sigma_Y^0/0,67$ ($p_0 = 3,44$ ГПа) досягнуто критичний стан.



Рисунок 4. Залежність координати X_d точки (X_d; Z_d) від параметра *Pe*





Рисунок 5. Залежність координати Z_d точки (X_d; Z_d) від параметра Pe

Figure 5. The dependence of the Z_d point $(X_d; Z_d)$ on the parameter Pe

Збільшення числа Пекле *Pe* призводить до зростання питомої потужності тертя, а, отже, й теплоутворення. При цьому зменшується значення параметра G_{th} , для якого виконується двоточковий критерій зношування (рис.2), а також незначно зменшується значення σ_{cr}^* подвійного максимуму функції σ^* (рис.3).



Рисунок 6. Лінії рівня безрозмірного напруження $\sigma^*(X, 0, Z)$ та критичні значення $\sigma^*_{cr} = 0,62$ для h = 2, Pe = 100



Рисунок 7. Лінії рівня безрозмірного напруження $\sigma^*(X, 0, Z)$ та критичні значення $\sigma^*_{cr} = 0,64$ для h = 0,56, Pe = 100

- **Figure 6.** The level lines of the dimensionless stress $\sigma^*(X, 0, Z)$ and its critical value $\sigma^*_{cr} = 0.62$ for h = 2
- **Figure 7.** The level lines of the dimensionless stress $\sigma^*(X, 0, Z)$ and its critical value $\sigma^*_{cr} = 0.64$ for h = 0.5

Згідно з рис.2 для досягнення граничного стану у точках з координатами $(X_0; 0; 0), X_0 = 1,0$ для h = 2 (рис. 6) і $X_0 = 0,65$ для h = 0,5 (рис. 7) і $(X_d; 0; Z_d), X_d = -0,1, Z_d = 0,6$ для h = 2 (рис. 6) і $X_d = 0,0, Z_d = 0,3$ для h = 0,5 (рис. 7) потрібно менше значення параметра $G_{th} = 0,044$ (f = 0,042) для h = 2 і $G_{th} = 0,0554$ для h = 0,5. Параметр σ^* досягне згідно з рис. 6 критичного значення $\sigma^*_{cr} = 0,625$ для h = 2, і згідно з рис. 7 – критичного значення $\sigma^*_{cr} = 0,636$ для h = 0,5. Запропонований критерій дає таке навантаження: $p_0 = \sigma_Y^0/0,625 = 3,625$ ГПа для h = 2 і $p_0 = \sigma_Y^0/0,634 = 3,633$ ГПа для h = 0,5 можливого початку зношування.

Так само для Pe = 500 згідно з рис. 2 для досягнення граничного стану потрібно значення параметра $G_{th} = 0,018$ (f = 0,017) для h = 2 і $G_{th} = 0,0196$ для h = 0,5. Для цих параметрів у точках з координатами (X_0 ; 0; 0), $X_0 = 1,0$ і (X_d ; 0; Z_d), $X_d = -0,05$, $Z_d = 0,6$ для h = 2 і $X_0 = 1,0$, $X_d = 0,0$, $Z_d = 0,3$ для h = 0,5 параметр σ^* досягне згідно з рис.3 критичного значення $\sigma_{cr}^* = 0,61$, для h = 2 і $\sigma_{cr}^* = 0,62$ для h = 0,5. Запропонований критерій дає навантаження $p_0 = \sigma_Y^0/0,61 = 3,776$ ГПа для h = 2 і $p_0 = \sigma_Y^0/0,62 = 3,715$ ГПа для h = 0,5. Збільшення числа Пекле призводить до переміщення точки $(X_d; 0; Z_d)$ досягнення виразом $\sigma^*(X, Y, Z)$ максимуму σ^*_{cr} у протилежний до напряму руху тіла бік (для

 $h = 2: X_d = -0,45$ для Pe = 0 і $X_d = -0,05$ для Pe = 500; для $h = 0,5: X_d = -0,25$ для Pe = 0 і $X_d = 0,0$ для Pe = 500) і незначне його віддалення від поверхні (збільшення d). Тобто координати (X_d ; 0; Z_d) залежать від співвідношення Pe і $G_{th}: h = 2: Z_d = 0,5$ для Pe = 0 і $Z_d = 0,6$ для $Pe = 500; h = 0,5: Z_d = 0,25$ для Pe = 0 і $Z_d = 0,3$ для Pe = 500. На рис.4 і 5 наведено залежність координат X_d і Z_d від числа Pe.

Таким чином, за фіксованим значенням числа Пекле Pe на підставі карти двоточкового критерію зношування для сталі (рис.3) визначаємо значення σ_{cr}^* , а з рис.2 – відповідне значення параметра G_{th} . Для навантаження $p_0 > \sigma_Y^0 / \sigma_{cr}^*$ згідно із запропонованим критерієм може початися зношування.

Якщо відомий розмір зерна *d* то, наприклад, для h = 2 і Pe = 500 ($G_{th} = 0.018$) маємо $Z_d = d/a = 0.6$. Тоді розмір рухомої твердої мікронерівності a = 1.7d. З отриманого значення навантаження $p_0 = 3P/(2\pi a^2 h) = 3.776$ ГПа знаходимо силу, необхідну для початку зношування:

$$P = 3,776 \cdot 10^9 \frac{4\pi a^2}{3} = 3,776 \cdot 10^9 \frac{4\pi 2,89d^2}{3} = 45,69 \cdot 10^9 \cdot d^2, \ [P] = \text{H}.$$

Можна зробити висновок, що, знаючи розмір приповерхневого зерна *d*, можна вказати розмір поверхні навантаження 2*a*, яка призведе до зношування поверхні фрикційного контакту.

Тобто створюються умови для передбачення зв'язку між розмірами структурних елементів (зерен) приповерхневого шару та шорсткістю контртіла (параметри *a*, *h*), які при заданих умовах експлуатації породять критичні режими зношування фрикційної пари.

Порівняємо критичні значення навантажень у разі застосування одно- і двоточкового критеріїв. Для цього на рис.8 для параметра h = 0,5 наведено карту двоточкового (суцільні криві) й одноточкового (пунктирні криві) критерію зношування для сталі у змінних *Pe* та p_0/HB_0 . Такі змінні вибрані для порівняння з відомою картою зношування для сталі [48]. Точки області над суцільними лініями відповідають експлуатаційним параметрам можливого зношування $p_0/HB_0 \ge (3\sigma_{cr}^*)^{-1}$ (рис.8). Точки області над штриховими лініями $p_0/\sigma_Y^0 > (3\sigma^*(X_0;Y_0;0))^{-1}$ відповідають експлуатаційним параметрам можливого зношування згідно з одноточковим критерієм зношування.



Рисунок 8. Карта зношування для сталі, h = 0.5



Figure 8. Map wear two-point criteria for steel, h = 0.5

Solid curves – two-point criteria a), δ); dashed curves – one-point criteria a)

Наприклад, для точки A(100; 0,505) (рис.8) з координатами Pe = 100 та $p_0/HB_0 = 0,505$ зношування не передбачається. Такий самий висновок дає і одноточковий критерій, але тільки для параметра $G_{th} < 0,1$ (точка A розташована під лініями 1-4 на рис.8а). Для значення $G_{th} = 0,1$ можливе зношування згідно з одноточковим критерієм зношування (точка A розташована над лінією 5 на рис.8а). Для точки B (100; 0,546) (рис.8) з координатами Pe = 100 та $p_0/HB_0 = 0,546$ зношування можна прогнозувати. Одноточковий критерій щодо точки B призводить до тих самих висновків, що й для точки A.

Для експлуатаційних параметрів, які відповідають точці A, максимальне значення безрозмірного напруження σ^* на поверхні навантаження є меншим за максимальне значення безрозмірного напруження σ^* у глибині півпростору (згідно з запропонованим критерієм зношування не передбачається), а для точки B максимальне значення σ^* на поверхні навантаження є більшим за максимальне значення σ^* у глибині півпростору під ділянкою навантаження.

Наприклад, для параметрів h=2 і Pe=500, $G_{th}=0,018$, які пов'язані наведеною на рис.2 залежністю, одноточковий критерій дає ті ж самі значення навантажень, що й двоточковий. Значення $\sigma_{cr}^* = 0,61$, $p_0 = \sigma_Y^0 / \sigma_{cr}^* = 3,78 \Gamma \Pi a$. Для більш шорсткої поверхні (Pe=500, $G_{th}=0,05$) параметр σ^* досягне згідно з одноточковим критерієм максимального значення $\sigma^*(X_0, Y_0, 0) = 1,84$ на поверхні ($X_0=0,68$), що дає $p_0 = 1,25\Gamma \Pi a$. Для шорсткішої поверхні (Pe=500, $G_{th}=0,005$) параметр σ^* досягне максимального значення $\sigma^*(X_d, 0, Z_d) = 0,618$ ($p_0 = 3,72\Gamma \Pi a$) під поверхнею фрикційного навантаження ($X_d = 0,0; Z_d = 0,62$).

Наприклад, для параметрів h=2 і Pe=50, $G_{th}=0,0665$ одноточковий критерій дає ті ж самі значення навантажень, що й двоточковий. У цьому разі $\sigma_{cr}^*=0,63$, $p_0 = \sigma_Y^0 / \sigma_{cr}^* = 3,66$ ГПа. Для шорсткішої поверхні (Pe=50, $G_{th}=0,1$) параметр σ^* досягне найбільшого значення $\sigma^*(X_0,0,0) = 0,954$ на поверхні ($X_0=0,56$), що дає $p_0 = 2,41$ ГПа. Для гладкішої поверхні (Pe=50, $G_{th}=0,01$) параметр σ^* досягне найбільшого значення $\sigma^*(X_d,0,Z_d) = 0,62064$ ($p_0 = 3,71$ ГПа) під поверхнею фрикційного навантаження $X_0 = -0,04$; $Z_d = 0,62$.

Таким чином критичні значення навантажень згідно з двоточковим критерієм $p_0 = \sigma_Y^0 / \sigma_{cr}^*$ більші за критичні значення навантажень згідно з одноточковим критерієм $p_0 = \sigma_Y^0 / \sigma^* (X_0, Y_0, 0)$ для параметра *Pe*, більшого за 500 у випадку $G_{th} = 0,0118$, для параметра *Pe* – більшого за 100 у випадку $G_{th} = 0,044$, для параметра *Pe* – більшого за 50 у випадку $G_{th} = 0,066$. Для значень параметра Пекле *Pe*, менших за вищенаведені, двоточковий критерій дає нижчі величини критичного навантаження p_0 .

Враховуючи незначну залежність значення σ_{cr}^* від параметра Пекле *Pe*, надаємо зручні для інженерної практики значення для окреслення критичних параметрів: для h = b/a = 2, $0 \le Pe \le 500$, $\sigma_Y^0/p_0 = 0.67...061$, $p_0 = 3.44...376$ ГПа, $Z_d = d/a = 0.5...06$, d = (0.5...06)a, D = b, d = (0.25...03)D, a = (2.0...167)d, $P = (57.61...43.90) \cdot 10^9 \,\text{Пa} \cdot d^2$, для h = 0.5, $0 \le Pe \le 500$, $\sigma_Y^0 / p_0 = 0.67...062$, $p_0 = 3.44...371$, $Z_d = d/a = 0.25...03$, d = (0.25...03)a, D = a, d = (0.25...03)D, a = (4.0...33)d, $P = (50.41...4229) \cdot 10^9 \, \Pi a \cdot d^2$.

В огляді літератури було зазначено, що розміри частинок зношування d змінюються в широких межах, однак переважно вони не перевершують одного-двох діаметрів плями контакту D. Для сталі ШХ15 запропонований критерій дає d = (0,25...0,3)D.

Зазначимо, що у випадку h = 1, Pe = 0, $G_{th} = 0$ у роботі [49] запропоновано такий вираз для розташування точки найбільшого дотичного напруження $Z_d = d/a = 0,381 + \nu/3$. Для $\nu = 0,28$ отримаємо $Z_d = d/a = 0,474$. Це значення лежить

між отриманими нами у випадку $Pe = 0, h = 0.5, Z_d = 0.25$ і $Pe = 0, h = 2, Z_d = 0.5$.

Отримана нами потовщена близька до горизонтальної лінія початку можливого зношування (рис.8) добре описує межу переходу до зношування схоплюванням (*seizure*) на відомій у літературі [48] карті зношування.

Висновки. Запропоновано та обґрунтовано методику побудови карти термомеханічного зношування матеріалу фрикційного елемента, що перебуває в умовах просторового квазістаціонарного термонапруженого стану. Методика використовує двоточкове критеріальне співвідношення, яке враховує структуру приповерхневого шару. Побудовано карту термомеханічного зношування для сталі ШХ15.

Conclusions. A method for constructing the map thermo-mechanical frictional wear of the material element in the conditions of spatial quasi-steady state thermal stress has been proposed and justified. The technique uses two-point criterion correlation a card of thermo-mechanical wear for steel ShH15 has been constructed.

Список використаної літератури

1. Горячева, И.Г. Контактные задачи в трибологии [Текст] / И.Г. Горячева, М.Н. Добычин. – М.: Машиностроение, 1988. – 256 с.

2. Владимиров, В.И. Проблемы физики трения и изнашивания [Текст] / В.И. Владимиров. – Физика износостойкости поверхности металлов. – Ленинград: ФТИ РАН, 1988. – С.8–41.

3. Колубаев, А.В. Закономерности формирования поверхностных структур при трении с высокими нагрузками [Текст] / А.В. Колубаев, С. Ю. Тарасов // Трение и износ. – 1998. – Т.19, № 3. – С.379–385.

4. Моделирование сдвиговой пластической деформации в приповерхностных слоях материалов с градиентом физико-механических свойств при трении скольжения [Текст] / В.Е. Рубцов, А.В. Колубаев, А.В. Белый, В.А. Кукареко // Физическая мезомеханика. – 2003. – Т.6, №3. – С.57–61.

5. Гаркунов, Д.Н. Триботехника (Износ и безизносность): учебник [Текст] / Д.Н. Гаркунов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство МСХА, 2001. – 616 с.

6. Трибология. Физические основы, механика и технические приложения: учебник для вузов [Текст] / И.И. Беркович, Д.Г. Громаковский; Под ред. Д.Г. Громаковского. – Самара, 2000. – 268 с.

7. Dmitriev, A.I. Multilevel simulation of friction and wear using numerical methods of discrete mechanics and phenomenological theory [Text] / A.I. Dmitriev, A. Yu. Smolin, V.L. Popov, S.G. Psakhie // Physical Mesomechanics. -2008. - N04. - P.15-24.

8. Швецов, А.Н. Частицы износа в контактных парах [Текст] / А.Н. Швецов // Современные наукоёмкие технологии. – 2005. – №11. – С.96–97.

9. Scott, D. Predictive Maintenance by Ferrography [Text] / D. Scott, V.C. Westcott // Wear. – 1977. – Vol.44, №1. – P.173–182.

10. Марченко, Е.А. О природе разрушения поверхности металлов при трении [Текст] / Е.А. Марченко. – М.: Наука, 1979. – 120 с.

11. Dalley, R.A New Era: Wear Particle Analysis / Ferrography [Text] / Raymond J. Dalley // Uptime Magazine. - 2011. - August/September. - P.40-43.

12. Sun, N.P. The Delamination Theory of Wear [Text] / N.P. Sun // Wear – 1973. – Vol.25, №1. – P.111– 124.

13. Scott, D. The Particles of Wear [Text] / D. Scott, W.W. Seifert, V.C. Westcott // Scientific American. – 1974. – Vol.230, № 5. – P.10–11.

14. Чичинадзе, А.В. Полимеры в узлах трения машин и приборов [Текст] / А.В. Чичинадзе – М.: Машиностроение, 1988. – 328 с.

15. Методы диагностики машин по анализу работающего масла [Электронный ресурс]. – ООО Химотолог. – Режим доступа: http://himmotolog.ru/?page_id=629.

16. Ding, J. Determining fatigue wear using wear particle analysis tools [Электронный ресурс]. – Machinery lubrication. – Режим доступа: http://www.machinerylubrication.com/Read/526.

17. Pall Corporation. Contamination Control and Filtration Fundamentals. East Hill, New York. - 1994.

18. Jin, X. A Study on Rolling Bearing Contact Fatigue Failure by Macro-Observation and Micro-Analysis [Text] / X. Jin and N.Kang // Proceedings of the International Conference on Wear of Materials, Denver, Colorado. –1989. – P. 205–213.

19. Anderson, D. Wear Particle Atlas (Revised). Report NAEC. Naval Air Engineering Center, Advanced Technology Office, Support Equipment Engineering Department. –1982. – P.92–163.

20. Колесников, В.А. Классификация частиц износа сталей, образовавшихся в условиях трения качения, по морфологии [Текст] / В.А. Колесников, А.И. Балицкий, О.А. Погорелов // Наукові вісті Далівського університету: зб. наук. праць. – Луганськ, 2011. – №4.

21. Rabinowicz E. Friction and wear of materials [Text] / E. Rabinowicz. - N. Y.: Wiley, 1965. - 244 p.

22. Боуден, Ф.П. Трение и смазка твердых тел; пер с англ. [Текст] / Ф.П.Боуден, Д.Тейбор. – М.: Машинострение, 1968. – 543 с.

23. Мур, Д. Основы и применение трибоники; пер с англ. [Текст] / Д. Мур. –М.: Мир, 1978. – 487 с.

24. Balitskii, A. The influence of microstructure and hydrogen – containing environments on the intensity of cast iron and steel damage by sliding friction. Part 1. Construction of a generalized model of surface layer friction of graphitized steel and cast-iron objects [Text] / A. Balitskii, V. Kolesnikov, J. Chmiel // Problemy eksploatacji. – 2007. –Vol.4, Ne7. – P.17–29.

25. Пинчук, В.Г. Микроструктурные механизмы разрушения металла при фрикционном нагружении [Текст] / В.Г. Пинчук, С.В. Короткевич, С.О. Бобович // Проблемы физики, математики и техники. – 2009. – №1(1). – С.15–20.

26. Ткаченко, Э.А. Развитие представлений об изнашивании отслаиванием в аспекте теории устойчивости деформируемых тел [Текст] / Э.А. Ткаченко // Прогресивні технології і системи машинобудування. – 2013. – Вип.1(45)–2(46). – С.257–266.

27. Бакли, Д. Поверхностные явления при адгезии и фрикционном взаимодействии; пер с англ. [Текст] / Д. Бакли. – М.: Машиностроение, 1986. – 359 с.

28. Коршунов, Л.Г. Структурные превращения при трении и износостойкость при трении аустенитных сталей [Текст] / Л.Г.Коршунов // Физика металлов и металловедение. – 1992. – №8. – С.3–21.

29. Михин, Н.М. Внешнее трение твёрдых тел [Текст] /Н.М. Михин – М.: Наука, 1977. – 221 с.

30. Дёмкин, Н.Б. Качество поверхности и контакт деталей машин [Текст] / Н.Б. Дёмкин, Э.В. Рыжов – М.: Машиностроение, 1981. – 244 с

31. Измайлов, В.В. Контакт твердых тел и его проводимость: монография [Текст] / В.В. Измайлов, М.В. Новоселова – Тверь: ТГТУ, 2010. – 112 с.

32. Богданович, П.Н. Тепловые и термомеханические явления в контакте скольжения [Текст] / П.Н. Богданович, Д.В. Ткачук // Трение и износ. – 2009. – Т.30, №3. – С.214–229.

33. Hamilton, G.M. The stress field created by a circular sliding contact [Text] / G.M. Hamilton, L.E. Goodman // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1966. – Vol.33, №1. – P.371–376.

34. Sackfield, A. Some useful results in the classic Hertz contact problem [Text] / A. Sackfield, D. Hills // J. Strain Analysis. – 1983. – Vol.18, №3. – P.195–197.

35. Ting, B.Y. Friction-induced thermal influences in elastic contact between spherical asperities [Text] / B.Y. Ting, W. O. Winer // Trans. ASME. J. Tribology. – 1989. –Vol.111, №2. – P.315–322.

36. Пырьев, С.Ю. Термомеханическое изнашивание при квазистационарном фрикционном теплообразовании [Текст] / С.Ю. Пырьев, О.О. Евтушенко, Г.Т. Сулим // Трение и износ. – 2012. – Т.33, №5. – С.435–443.

37. Ling, F.F. A quasi-iterative method for computing interface temperature distributions [Text] / F.F. Ling // Z. Angew. Math. Mech. (ZAMM). – 1959. –Vol.10, №5. – P.461–474.

38. Євтушенко, О.О. Напружений стан півпростору, зумовлений дією на його поверхні рухомого механічного та теплового навантаження [Текст] / О.О. Євтушенко, С.Ю. Пир'єв // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2007. – Т.50, №2. – С.94–100.

39. Huber, M.T. Specific work of strain as a measure of material effort [Text] / M.T. Huber // Archives of Mechanics. – 2004. – Vol.56, №3. – P.173–190.

40. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов [Текст] / Н.М. Беляев. – М.: Наука, 1965. – 856 с.

41. Божидарник, В.В. Елементи теорії пластичності та міцності [Текст] / В.В. Божидарник, Г.Т Сулим. – Львів: Світ, 1999. – 676 с.

42. Пир'єв, С.Ю. Максимальне еквівалентне напруження в термопружному півпросторі при русі механічного та теплового навантаження [Текст] / С.Ю. Пир'єв // Вісник Львівського університету. – 2011. – Вип.73: Серія механіко-математична. – С.177–183.

43. Фридман, Я.Б. Механические свойства металлов. Т.2 [Текст] / Я.Б. Фридман – М.: Машиностроение, 1974. – 368 с.

44. Крагельский, И.В. Основы расчетов на трение и износ [Текст] / И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 576 с.

45. Динник, А.Н. Удар и сжатие упругих тел [Текст] / А.Н. Динник. – Киев, 1909.

46. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия [Текст] / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.

47. Марочник конструкционных сталей станкостроения [Текст]; под ред. М. Е. Мардзняна. – М.: ЭНИМС, 1958. – 143 с.

48. Lim, S.C. Wear-mechanism maps [Text] / S. C. Lim, M. F. Ashby // Acta Metall. – 1987. –Vol.35. – P.1–24.

49. Hunt, E.B. Elastoplastic instability coused by the size effect and its influence of rubbing wear [Text] / S.C. Lim // J. Appl. Phys. -1955. - Vol.26, No7. - P.850-856.

Отримано 23.12.2014