

Силованюк В. П. Про короткочасну та довготривалу міцність відновлених за ін'єкційними технологіями елементів будівельних споруд / Віктор Петрович Силованюк, Андріан Вікторович Ревенко, Андрій Євгенович Лісничук // Вісник ТНТУ, — Т. : ТНТУ, 2015. — Том 79. — № 3. — С. 18-23. — (Механіка та матеріалознавство).

УДК 699.88:67.02

**В. Силованюк, докт. техн. наук.; А. Ревенко, канд. техн. наук;  
А. Лісничук**

*Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України*

## **ПРО КОРОТКОЧАСНУ ТА ДОВГОТРИВАЛУ МІЦНІСТЬ ВІДНОВЛЕНИХ ЗА ІН'ЄКЦІЙНИМИ ТЕХНОЛОГІЯМИ ЕЛЕМЕНТІВ БУДІВЕЛЬНИХ СПОРУД**

***Резюме.** Розроблено математичну модель деформування матеріалу в околі тонких тріщин, заповнених в'язкопружним матеріалом, та запропоновано методику визначення змінного з часом поля напружень і деформацій біля таких дефектів однорідної структури. Отримано розв'язки нових крайових задач, до яких зведені проблеми деформування навантажених довготривалими зусиллями розтягу або зсуву масивних тіл та пластин із тріщинами, що заповнені в'язкопружними матеріалами. Проаналізовано вплив повзучості та релаксації напружень на несучу здатність, пошкоджених тріщинами бетонних елементів конструкцій, які відновлені за ін'єкційними технологіями.*

***Ключові слова:** міцність, ін'єкційні матеріали, відновлення роботоздатності, пошкоджені будівельні споруди.*

**V. Sylovanyuk, A. Revenko, A. Lisnichuk**

## **ABOUT SHORT – AND LONG – TERM STRENGTH OF BUILDING CONSTRUCTIONS ELEMENTS RESTORED USING INJECTION TECHNOLOGIES**

***Summary.** The paper is devoted to the important scientific, technical and practical problems of predicting both service life time and strength of damaged structure elements over long-term operation, bearing capacity of which was restored using the injection technology.*

*In practice there are engineering problems, for solving of which linear elastic media models are insufficient, serviceability estimation of prolonged use is often associated with the need to take account of the phenomenon of creep material. Therefore there is a need to develop models, which would take into account such complex material properties as reological properties. One of such examples is the technology of injecting strengthening of damaged structures. When restoring damaged cracked bearing capacity of long operation building structures the technology of filling defective areas with liquid material which hardens in some time, becomes very popular.*

*A mathematical model of the material deformation in the vicinity of thin viscoelastic inclusions filled with cracks and determination of the stress-deformation field near the defects of its homogeneous structure has been developed.*

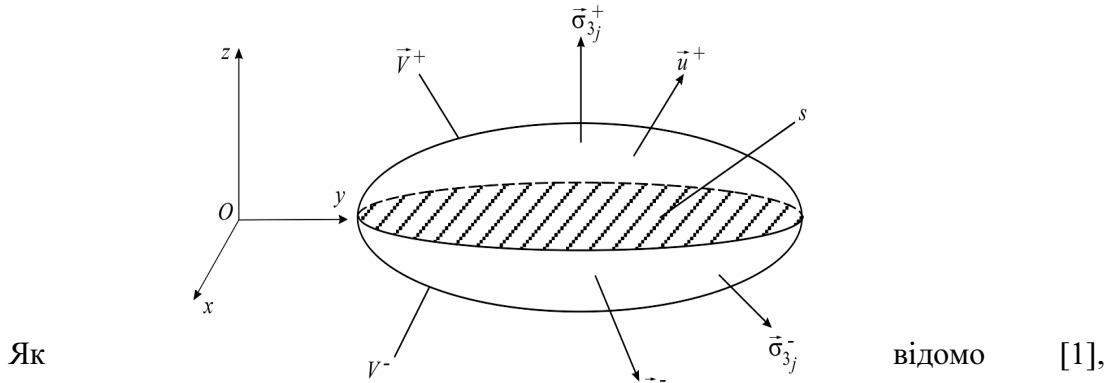
*New solutions of the boundary value problems, which have been reduced to the problem of tensile or shear both loaded plates and massive bodies with cracks filled with the viscoelastic material have been obtained. In particular, a solution for the three-dimensional problem for an elastic space with filled elliptical cracks loaded at infinity by long-term uniform stresses has been found. The distribution of stress intensity factors along the contour of the elliptical crack in body or plate has been determined. The influence of reological properties of injecting materials on the time-varying stress-strain state of the body with a filled elliptical crack is investigated. The strength changing over time of these bodies has been obtained by using fracture mechanics criteria. The influence of creep and stress relaxation on the carrying capacity of damaged cracked concrete structural elements recovered by injection technology has been investigated.*

***Key words:** Strength, injection materials, renewal operability, damaged building construction.*

Технології ін'єктування дефектних зон у спорудах тривалої експлуатації, як метод відновлення їх несучої здатності, широко використовують у практиці [3, 4]. Для оптимізації технологій ін'єктування та прогнозування ресурсу відновлених споруд необхідні розрахункові моделі і методи оцінювання роботоздатності відновлених елементів конструкцій. У наших роботах розроблені моделі, що дозволяють оцінити

ефективність відновлення пошкодженого елемента конструкцій як з точки зору короткочасної міцності, так і довготривалості.

Для ілюстрації наведемо дані про відновлення міцності на розтяг масивного елемента конструкції, що містить внутрішню тонку еліптичну в плані тріщину (рис. 1).



**Рисунок 1.** Схематичне зображення включення

**Figure 1.** Schematic representation of inclusion

співвідношення для обчислення руйнівного навантаження для масивного тіла з внутрішньою еліптичною тріщиною має вигляд

$$p_c = \frac{K_{IC} E(k)}{\sqrt{\pi b}} \quad (1)$$

Тут  $K_{IC}$  – характеристика тріщиностійкості матеріалу;  $E(k)$  – повний еліптичний інтеграл другого роду;  $b < a$  – півосі еліпса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

За технологією ін'єктування тріщину заповнюємо ін'єкційним матеріалом у всьому об'ємі. Згідно з критерієм Ірвіна та працею [1] руйнівне навантаження тіла із заповненою тріщиною можна обчислити за формулою

$$p_c^i = \frac{K_{IC} (2 \beta \omega (1 - \nu^2) + E(k))}{\sqrt{\pi b} (1 - \omega)} \quad (2)$$

де  $\beta = \frac{b}{c}$ ,  $\omega = \frac{E_1}{E}$ ,  $E$ ,  $E_1$  – модулі пружності основного та ін'єкційного матеріалів відповідно.

Із отриманої залежності випливає, що необхідного зміцнення можна досягти або збільшенням параметра  $\beta$ , що відповідає ін'єктуванню в момент якомога меншого розкриття тріщини, або збільшенням параметра  $\omega$ , що характеризує жорсткість наповнювача.

На рис. 2 наведено дані розрахунку за формулою (2) та експерименту на бетонних зразках і поліуретану як ін'єкційного матеріалу.

Результати наведені на (рис. 2) показують, що розрахункові дані добре узгоджуються з експериментальними.

Таким чином, можна констатувати, що від ін'єктування поліуретану в тріщину в бетоні можна очікувати відновлення достатньо високої короткочасної міцності пошкодженого матеріалу.

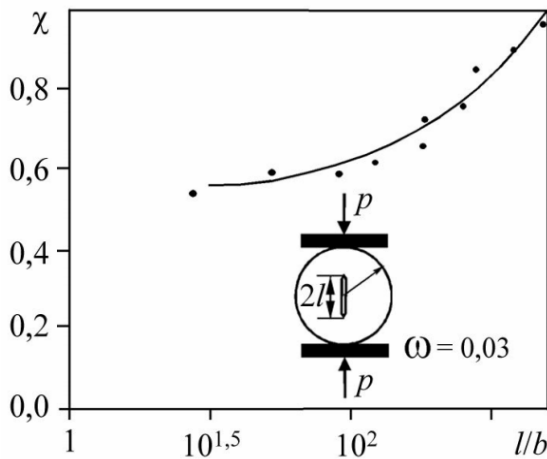
Що стосується довготривалої міцності відновленого елемента конструкції, то таку оцінку можна отримати в рамках моделі, що враховує повзучість матеріалів та пов'язану з нею релаксацію напружень. Слід зазначити, що ін'єкційними матеріалами є, як правило, високомолекулярні сполуки (поліуретани, акрили, епоксидні та поліефірні смоли тощо), характерною властивістю яких є повзучість. Повзучістю бетону в порівнянні з ін'єкційними матеріалами можна знехтувати.

Повзучість ін'єкційного матеріалу призводить до зменшення з часом міцності тіла. Для ін'єкційного матеріалу прийемо закон спадкової в'язкопружності у вигляді інтегральної залежності Вольєрра [1]

$$\sigma_{zz}(x, y, t) = E_1 \left( \varepsilon_{zz}(x, y, t) + \int_0^t K(t - \tau) \varepsilon_{zz}(x, y, \tau) d\tau \right), \quad (3)$$

де  $K(t - \tau)$  – ядро релаксації. Зв'язок напружень з деформаціями у вигляді залежності (3) часто приймають у реології полімерних матеріалів. Уявно виріжемо з тіла матеріал заповнювача, замінюючи його дію на поверхні утвореної порожнини напруженнями

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}(x, y, t) &= \frac{E_1}{h(x, y)} \left( u_z(x, y, t) + \int_0^t K(t - \tau) u_z(x, y, \tau) d\tau \right), \\ \sigma_{xz}(x, y, t) &= \sigma_{yz}(x, y, t) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$



**Рисунок 2.** Порівняння теоретичних та експериментальних даних: суцільна лінія – розрахунок за формулою (2); точки – експериментальні дані для бетонних зразків ( $R = 50 \text{ і } l, l = 0,25 \text{ і } l$ );  $\sigma_b$  – границя міцності бетону

**Figure 2.** Comparison of theoretical and experimental data, solid line – calculation of the formula (2); points – experimental data for concrete samples ( $R = 50 \text{ і } l, l = 0,25 \text{ і } l$ );  $\sigma_b$  – Limit concrete strength

де  $h(x, y) = c \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$ ,  $u_z(x, y, t)$  – переміщення точок поверхні  $V$  в напрямку осі  $Oz$ . Співвідношення (4) отримані на основі залежності (3) і припущень про малу товщину включення ( $c \ll a, b$ ) і є узагальненням моделі типу Вінклера на в'язкопружні матеріали. Зносячи граничні умови з поверхні порожнини на її серединну область  $S: x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ , отримуємо крайову задачу для простору з розрізом  $S$ , на якому граничні умови задані співвідношенням (4). Оскільки інерційними членами в рівняннях руху тіла, що виникають внаслідок повзучості матеріалу включення, можна знехтувати, то розв'язок отриманої задачі для кожного моменту

часу  $t$  можна отримати в межах статичної теорії пружності.

З граничних умов для напружень (4), отримає інтегральне рівняння для визначення переміщень  $u_z^* = u_z - \frac{Pc}{E} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$  в області  $S$

$$\nabla_{xy}^2 \iint_s \frac{u_z^*(\xi, \eta, t) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} = \frac{4\pi(1-\nu^2)}{E} \left\{ \frac{E_1}{h(x, y)} [u_z^*(x, y, t) + \int_0^t K(t-\tau) \cdot u_z^*(x, y, \tau) d\tau] + \frac{E_1 p}{E} \int_0^t K(t-\tau) d\tau + \frac{E_1 p}{E} - p \right\}. \quad (5)$$

Розв'язок рівняння (5) отримано у вигляді

$$u_z^*(x, y, t) = \frac{f(t)pb}{E} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, \quad (6)$$

де  $f(t)$  – невідома функція часу, що задовольняє рівняння

$$\chi f(t) + \int_0^t K(t-\tau) f(\tau) d\tau + q(t) = 0, \quad (7)$$

$$\chi = \frac{E(k) + 2(1-\nu^2)\omega\beta}{2(1-\nu^2)\omega\beta}, \quad q(t) = \frac{1}{\beta} \int_0^t K(t-\tau) d\tau + \frac{(\omega-1)}{\omega\beta}.$$

Розв'язок інтегрального рівняння (7) для довільного ядра релаксації  $K(t)$  знаходимо чисельно. Для деяких часткових випадків повзучості можна отримати аналітичний розв'язок рівняння Вольтерра, а відтак і вихідної задачі.

Напруження, що виникають в ін'єкційному матеріалі, встановлюємо на основі залежності

$$\sigma_{zz}(x, y, t) = E_1 \left( \frac{p}{E} \left( 1 + \frac{f(t)b}{c} \right) + \frac{p}{E} \int_0^t K(t-\tau) \left( 1 + \frac{f(\tau)b}{c} \right) d\tau \right). \quad (8)$$

Отримавши розв'язок рівняння (7), коефіцієнт інтенсивності напружень на контурі заповненої еліптичної тріщини можна підрахувати за відомими переміщеннями берегів тріщини [1]. У результаті отримаємо

$$K_1 = \frac{p\sqrt{\pi b} (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{1/4}}{2(1-\nu^2)\sqrt{a}} f(t), \quad (9)$$

де  $\varphi$  – параметричні координати точок на еліпсі  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . На основі силового критерію Ірвіна ( $K_I = K_{IC}$ ) та співвідношення (9) встановлюємо граничне навантаження для тіла з тонкою еліпсоїдальною порожниною, заповненою в'язкопружним матеріалом

$$p_c^{creep} = \frac{2K_{IC}(1-\nu^2)}{\sqrt{\pi b} f(t)}. \quad (10)$$

Із отриманої залежності випливає, що міцність у часі тіла із заповненою в'язкопружним ін'єкційним матеріалом еліптичною тріщиною пов'язана з короткочасною міцністю залежністю

$$p_c^{creep} = p_c^i \frac{2(1-\nu^2)(1-\omega)}{(E(k) + 2\omega\beta(1-\nu^2)) f(t)}. \quad (11)$$

Із співвідношень (10), (11) випливає, що залежно від реологічних властивостей ін'єкційного матеріалу та часу довготривала міцність тіла із заповненою тріщиною може змінюватися від величини  $p_c^i$  (короткочасної міцності тіла із заповненою тріщиною) до  $p_c$  (міцність тіла з незаповненою тріщиною).

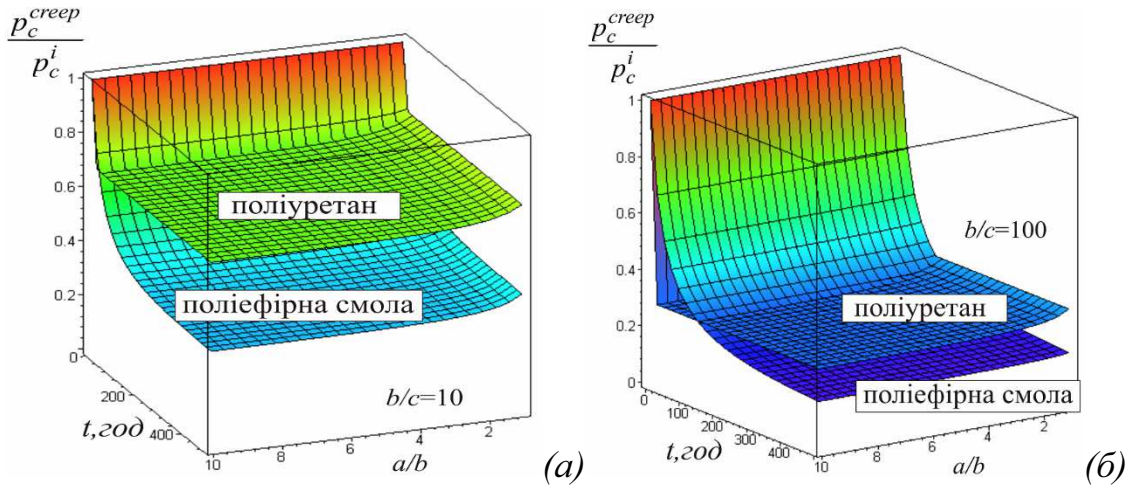


Рисунок 3. Довготривала міцність тіл з тріщинами, заповненими поліуретаном або поліефірною смолою

Figure 3. Long-term strength of bodies with cracks filled with polyurethane resin or polyester resin

Для ефективного довготривалого відновлення міцності елемента конструкції з тріщиною ін'єкційні матеріали необхідно вибирати такими, щоб релаксація напружень у них проходила якомога повільніше і напруження в результаті не сягали низьких значень. За повної релаксації напружень у включенні (зменшенні їх до нуля) граничне навантаження для тіла з тріщиною, що заповнена таким матеріалом, не відрізняться від граничного значення навантаження для незаповненої тріщини.

На (рис. 3а, б) наведені графіки залежності нормованої довготривалої міцності тіла з тріщиною, яка заповнена ін'єкційними матеріалами різної реології в залежності від часу та відношення півосей еліпсоїда  $a/b$ ,  $b/c$ .

Як показують отримані графіки, із розглянутих ін'єкційних матеріалів кращим з точки зору забезпечення довготривалої міцності є поліуретан.

**Висновки.** Встановлено, що характерною особливістю в'язко-пружних матеріалів (таких, як поліуретани і поліефірні смоли) є те, що релаксація напружень у них відбувається до певних ненульових значень. Стосовно ін'єкційних матеріалів – це важлива властивість, яка дозволяє отримувати для елементів конструкцій із залікованими тріщинами стабільний у часі ресурс міцності в умовах довготривалих статичних навантажень.

**Conclusions.** It is investigated that the characteristic of viscoelastic materials (such as polyurethanes and polyester resins) are that their stress relaxation occur till certain non-zero values. Regarding the injecting materials this is important feature that enables healed cracks of structural elements to obtain stable over time the resource of strength under long-term static loads.

#### Список використаної літератури

1. Панасюк, В.В. Концентрация напряжений в трехмерных телах с тонкими включениями [Текст] / В.В. Панасюк, М.М. Стадник, В.П. Силованюк // Наукове видання. – К.: Наук. думка, 1986. – 216 с.

2. Работнов, Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций [Текст] / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
3. Czarnecki, L. Naprawa i ochrona konstrukcji betonowych [Text] / L. Czarnecki, P.H. Emmons. – Kraków: Polski Cement. – 2002. – 434 s.
4. Panasyuk, V.V. Injection Technologies for Repair of Damaged Concrete Structures [Text] / V.V. Panasyuk, V.I. Marukha, V.P. Sylovanyuk // Springer. – 2014. – 230 p.

*Отримано 25.09.2015*