



UDC 539.4

## ESTIMATION OF THE STRUCTURAL $P$ PARAMETER FOR A NUMBER OF STRUCTURAL MATERIALS

Roman Hromyak<sup>1</sup>; Vasyl Nemish<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University, Ternopil, Ukraine

<sup>2</sup>West Ukrainian National University, Ternopil, Ukraine

**Summary.** In modern conditions, when improving methods for calculating real structure materials and products made of them, it is necessary to take into account their physical and mechanical properties and microstructure as more adequately and thoroughly as possible. All physical materials are characterized by a certain structural heterogeneity (defects and irregularities in the crystal lattice, microcracks, pores, microinclusions, scratches, marks, etc.) The microinhomogeneity of the material structure can be accounted for by a simple and quite effective theory of M. Y. Leonov and K. M. Rusynko [1–3]. According to this theory, a body is called macrohomogeneous in a certain area if mechanical properties of any elementary volume conditionally cut out of the specified area are the same. According to this model, a solid is considered as a continuous medium, around each point of which a minimum volume  $V_0$  can be identified that still has (based on statistical data) mechanical properties determined in conventional studies of macro-bodies. For this volume  $V_0$ , a sphere of radius  $\rho$  is chosen, which is taken as a structural parameter of the material. The paper presents a simplified method for determining the structural parameter  $\rho$  for a number of structural materials.

**Key words:** Strength, macrostress theory, crack propagation resistance in the material ( $K_{Ic}$ ), macrostress concentration coefficient  $K_m$ , average technical strength of the material ( $\sigma_a$ ), Poisson's ratio ( $\nu$ ), structural parameter ( $\rho$ ) and crack (defect) length ( $2l$ ).

[https://doi.org/10.33108/visnyk\\_tntu2023.04.067](https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2023.04.067)

Received 13.09.2023

**Formulation of the problem.** In the practical use of criterion relations based on the concept of macrostresses by M. Y. Leonov and K. M. Rusynko [1–3], it is necessary to know the value of the structural parameter  $\rho$  for a particular material. The methodology for determining the parameter  $\rho$  was developed and presented in the works of L. V. Ratych and S. Y. Yarema [4–6]. It is based on the comparison of the effective stress concentration coefficients determined experimentally and according to the Leonov-Rusynko theory for the most convenient and simple schemes both experimentally and computationally (tensile plate with a circular hole, axial tensile strips with deep pits of various sharpness, in particular, cracks).

**Objectives of the research** first, specimens without and with a stress concentrator are made of the test material. After that, based on the testing of these samples, the tensile strength of the material under study  $\sigma_v$  and the experimental value of the effective stress concentration factor  $K_{\Sigma}$ , which shows how many times the presence of a concentrator reduces the bearing capacity of the part, are determined. In fact,  $K_{\Sigma}$  is equal to the ratio of the value of the destructive load of the sample without the applied defect to the same value of the sample with the defect. For the selected geometry of the sample, graphs of changes in the macrostress concentration factor  $K_m$  or  $1/K_m$  are plotted depending on the structural parameter  $\rho$ .

Based on these graphs, the structural parameter  $\rho$  is determined from the condition of equality of the calculated and experimental values of the effective stress concentration coefficients  $K_m = K_{\Sigma}$  [5].

To avoid random errors associated with the technology of sample manufacturing and experiments, the determination of the parameter  $\rho$  must be repeated for other values of  $K_{\Sigma}$ . The actual value of the structural parameter  $\rho$  for the test material from the condition of minimum standard deviation  $4K^2 = (K_M - K_{\Sigma})^2$  of the results of comparing  $K_M$  with  $K_{\Sigma}$  for the study of a batch of samples. In this way, the values of the structural parameter  $\rho$  were determined for a number of high-strength steels and some cast iron modelings.

In study [7], in the case of macrocracks ( $\rho/l \rightarrow 0$ ) for the Griffiths problem, based on the concept of macrostresses and the Irwin approach, the relations (1) and (3) were obtained, which establish the relationship between the resistance to crack propagation in a material (crack resistance) ( $K_{Ic}$ ), its average technical strength ( $\sigma_B$ ), Poisson's ratio ( $\nu$ ), structural parameter ( $\rho$ ), and crack (defect) length ( $2l$ ) for a plane strain

$$K_{Ic} = \sigma_B \sqrt{\rho} \cdot \frac{1}{B(\nu)}, \quad (1)$$

where

$$B(\nu) = \frac{4\nu\sqrt{1+\sqrt{2}} + (3-4\nu)\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2(1+\sqrt{2})}}. \quad (2)$$

For the plane stress state, the crack resistance is defined in the following way:

$$K_c = \sigma_B \sqrt{\rho} \frac{1}{B^*(\nu)}, \quad (3)$$

where

$$B^*(\nu) = \frac{4\nu\sqrt{1+\sqrt{2}} + (3-\nu)\sqrt{2} - (1+\nu)}{2\sqrt{2(1+\sqrt{2})(1+\nu)}}. \quad (4)$$

The relation for the crack resistance ( $\check{K}_{Ic}$ ) (formulas (5), (6) in the more general case of defects of arbitrary length was obtained.

$$\check{K}_{Ic} = \sigma_B \sqrt{\rho} / B_1(\nu, \rho/l), \quad (5)$$

where

$$B_1(\nu, \rho/l) = \frac{2\nu}{\sqrt{2+\rho/l}} (1 + \rho/l) - \frac{1}{2} (2 + \rho/l + (\rho/l)^2)^{-1/4} [(1 + \rho/l) \sqrt{1 + 1/\sqrt{1 + (1 + \frac{\rho}{l})^2}} + \rho/l \sqrt{1 - 1/\sqrt{1 + (1 + \frac{\rho}{l})^2}}] + \frac{1+\alpha}{2} (2 + 2\rho/l + (\rho/l)^2)^{1/4} \sqrt{1 - 1/\sqrt{1 + (1 + \frac{\rho}{l})^2}}, \quad (6)$$

where

$$\alpha = \begin{cases} 3-4\nu, & \text{for plane deformation} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu}, & \text{for the generalized plane stress state} \end{cases} \quad (7)$$

Hence

$$\check{K}_{1c}/K_{1c} = \frac{B(v)}{B_1(v, \rho/l)}. \quad (8)$$

It has been established that when determining  $K_{1c}$  of a material with a structural parameter  $\rho$ , the length of the initial crack must satisfy the inequality

$$\rho/l \leq 0,01. \quad (9)$$

Based on this inequality, expression (6) can be simplified. To do this, let's decompose the components of the right-hand side of (6) into series by degree, leaving only terms not higher than the first degree. After simple mathematical transformations, formula (6) will take the form

$$B_1(v, \rho/l) \approx B(v) + B_2(v) \rho/l, \quad (10)$$

where

$$B_2(v) = \frac{\sqrt{2}}{32} [[8(2\sqrt{2} + 1) \sqrt{\sqrt{2} - 1} - (9 - 2\sqrt{2}) \sqrt{\sqrt{2} + 1}] + 8[3 - 2(\sqrt{2} + 1) \sqrt{\sqrt{2} - 1}]v], \quad (11)$$

or

$$B_2(v) \approx 0,447 - 0,038v. \quad (12)$$

Thus, the expression of the crack propagation resistance  $\check{K}_{1c}$  in the case of defects of arbitrary length will take the following simplified form

$$\check{K}_{1c} \approx \frac{\sigma_B \sqrt{\rho}}{B(v) + B_2(v) \rho/l}. \quad (13)$$

As a result of research [7], it was shown that formulas (1) and (3) are also valid for sufficiently micropatterned ( $\rho/l \leq 0,01$ ) materials. Based on the above, in the case of plane deformation, the value of the structural parameter of the material  $\rho$  can also be determined using the expression

$$\rho = \left( \frac{K_{1c}}{\sigma_B} B(v) \right)^2, \quad (14)$$

if the values of  $K_{1c}$ ,  $\sigma_B$ , and  $v$  of a given material are known, or by formula (3) for the case of a plane stress state. Table 1 shows the values of the structural parameter  $\rho$  for a number of structural materials.

**Table 1**

Values of the structural parameter  $\rho$  for a number of structural materials.

№ n/p	Material	$\Sigma_v$ kg/mm <sup>2</sup>	$K_{1c}$ kg/mm <sup>3/2</sup>	$\rho$ mm	$v$
1	2	3	4	5	6
1	2219-T851	52,0	127,5	3,60	0,28
2	7075-T7351	52,7	113,5	2,77	0,28
3	7075-T7351	52,9	120,8	3,12	0,28

1	2	3	4	5	6
4	T1-6A-6V-2,58n	108,0	216,6	2,41	0,28
5	T1-6A-6V-2,58n	119,5	222,0	2,06	0,28
6	T1-11Sn-4Mo-2,25Al-0,2S1	123,0	138,0	0,753	0,28
7	T1-11Sn-4Mo-2,25Al-0,2S1	129,0	84,0	0,253	0,28
8	T1-11Sn-4Mo-2,25Al-0,2S1	130,0	113,0	0,451	0,28
9	T1-6A-6V-2,25Sn	141,0	120,0	0,433	0,28
10	60C2X	165,0	205,0	0,96	0,28
11	HP.9-4-30	173,0	224,0	1,00	0,28
12	H50	179,0	108,5	0,220	0,28
13	H50	191,5	161,0	0,422	0,28
14	N1-Cr-Mo-V	191,0	183,5	0,552	0,28
15	5%Cr-Mo-V	192,0	175,0	0,496	0,28
16	5%Cr-Mo-V	192,0	155,0	0,389	0,28
17	H11	194,0	82,2	0,107	0,28
18	5%Cr-Mo-V	202,0	96,5	0,136	0,28
19	N1-Cr-Mo-V	202,0	163,5	0,391	0,28
20	N1-Cr-Mo-V	207,0	162,0	0,366	0,28
21	HP-9-4-45	207,0	160,0	0,357	0,28
22	5%Cr-Mo-V	208,0	114,0	0,179	0,28
23	N1-Cr-Mo-V	215,0	151,5	0,297	0,28
24	60C2X	220,0	230,0	0,653	0,28
25	N1-Cr-Mo-V	224,0	137,7	0,226	0,28
26	N1-Cr-Mo-V	258,0	82,5	0,061	0,28
27	Ti Alloy BT14	104,0	221,4	2,69	0,28
28	Alum. Alloy D20	40	110,7	4,54	0,28
29	Steel CII-43	160	221,4	1,13	0,28
30	Steel H-18	190,0	294,1	1,42	0,28
31	Steel Y8	142,0	66,2	0,129	0,28
32	Steel Y8	158,0	85,6	0,174	0,25
33	Plexiglass	9,08	4,7	0,159	0,25
34	Gray cast iron	26,94	31,5	0,810	0,25
35	Gray cast iron	27,30	30,3	0,416	0,25
36	Gray cast iron	36,10	85,6	0,174	0,25

The values of  $\rho$  for the first (1–30) material numbers were determined using relation (14). The values of  $K_{Ic}$  and  $\sigma_B$  for materials with numbers (1–26) were taken from study [13], and for numbers (27–30) from [14] correspondingly. The structural parameter of materials with numbers (31–36) was determined according to the method of works [4–6]. Table 1 shows that for some materials (e.g., number 28), the value of the structural parameter  $\rho$  is quite large. This can be explained by the fact that relation (14) is valid only for brittle materials, and in the case of sufficiently ductile materials, it allows for significant inaccuracies.

**Conclusion.** Based on the concept of macrostresses by M. Y. Leonov and K. M. Rusynko [1–3], first applied by us [4–7, 10–12] for the case of a complex stress state, we estimate the local fracture of bodies with cracks or inclusions of various sizes, taking into account microinhomogeneities in the structure of the binder material.

A number of features of the kinetics of micro-inhomogeneous destruction have been revealed matrices around the defects, which are in good agreement with the experimental ones data and were not detected by other known criteria for the destruction of bodies with cracks under a complex stress state.

The main characteristic of the destruction of the material of the matrix is the structural parameter  $\rho$  in the vicinity of a defect-crack of length  $2l$  is the ratio  $\rho/l$ , and its elastic properties play a secondary role. If the body is weakened fragile sharp-end inclusions, then on the character of the local the destruction of such a body, in addition to the parameter  $\rho/l$ , is significantly affected by elastic matrix material characteristics, in particular, Poisson's ratio  $\nu$ .

As a result of the combination of two approaches, which are based on the concepts of the theory of macrostresses and linear fracture mechanics, one was obtained for the first time variant of the relationship between the resistance of the material to the initiation of cracks in it ( $K_{IC}$ ) and by a known characteristic - the resistance of the same material to crack propagation ( $k_{IC}$ ).

It was established that with the determined crack resistance ( $k_{IC}$ ) of a concrete of a material with a structural parameter  $\rho$ , it is necessary that the initial length cracks  $2l$  in the sample satisfied the inequality  $\rho/l \leq 0.01$ .

Constructed diagrams of local destruction of solid bodies with cracks taking into account the heterogeneity of the microstructure. As the parameter  $\rho/l$  increases the range of permissible external load values increases. It is shown that these diagrams determine the virtually complete destruction of a body with a straight line a crack in the general case of plane tension-compression.

## References

1. Leonov M. Ya. Osnovy mekhaniky uprugogo tela. Frunze: Yzd. AN Kirg. SSR, 1963. 328 p.
2. Leonov M. Ya., Rusingko K. M. Do makroekonomichnoi teorii krykhkoho ruinovannia. Dop. AN URSR. 1961. No. 12. P. 1582–1586.
3. Leonov M. Ya., Rusingko K. M. Makronapriazhenia uprugogo tela. Prykl. Mat. y tekhn. fiz. 1963. No. 1. P. 104–110.
4. Panasiuk V. V., Berezhnytskyi L. T., Hromiak R. S. O vlyiany struktury materyala na rasprostraneny treshchyn v protsesse rastiashchyn tela. Dokl. AN USSR. 1976. Ser. A. No. 9. P. 811–816.
5. Panasiuk V. V., Berezhnytskyi L. T., Hromiak R. S. O vlyiany struktury materyala na rasprostraneny treshchyn v protsesse szhatyia tela. Dokl. AN USSR. 1976. Ser. A. No. 10. P. 919–924.
6. Panasiuk V. V., Berezhnytskyi L. T., Hromiak R. S. O vlyiany struktury materyala na rasprostraneny treshchyn vozle ostrokonechnykh vkluchenyi. Dokl. AN USSR. 1976. Ser. A. No. 12. P. 1096–1101.
7. Berezhnytskyi L. T., Ratysh L. V., Hromiak R. S. Sviaz lokalnoho razrusheniya vblizy treshchyn so strukturoi. Tezysy dokladov Vsesoiuznoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsyy "Struktura y prochnost staly y splavov" Kyev, 1976. P. 41–43.
8. Ratysh L. V. Ob opredeleny efektyvnykh koefitsyentov kontsentratsyy. 1965. 1. No. 3. P. 317–325.
9. Iarema S. Ya., Ratysh L. V. Vlyiane mykroneodnorodnosti struktury materyala na prochnost polos s hyppebolycheskymy vyrezamy. Fiz.-khym. mekhanika materyalov. 1965. 1. No. 3. P. 317–325.
10. Hromiak R. S. K voprosu o nachalnom napravleny rasprostraneniya treshchyn. V sb.: materyaly VII konferentsyy molodykh uchenykh FMY AN USSR. Sektsiya FKhMM. Lvov, 1975, Sbornyk deponyrovany v VYNYTY № 1138-76 Dep ot 9 apreliya 1976 h. P. 36–38.
11. Hromiak R. S. Dyahrammy predeloho ravnovesyia dlia mykroneodnorodnykh khрупkykh tel. Fiz.-khym. mekhanika materyalov. 1977. 13. No. 1. P. 121–122. [https://doi.org/10.1016/0012-8252\(77\)90123-4](https://doi.org/10.1016/0012-8252(77)90123-4)
12. Stashchuk M., Nytrebych Z., Hromiak R. Otsiniuvannia teoretychnoi mitsnosti porystykh materialiv za teoriiu katastrof. Visnyk TNTU. No. 3 (99). 2020. P. 44–54. [https://doi.org/10.33108/visnyk\\_tntu2020.03.044](https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2020.03.044)
13. Oleinyk N. V., Nho Van Kuet. Opredelenye viazkosty razrusheniya materyalov po ykh mekhanicheskym svoistvam. Probl. prochnosti. 1976. No. 1. P. 72–77.
14. Cherepanov H. P. Mekhanika khрупkoho razrusheniya. M.: Nauka, 1974. 640 p.

## Список використаних джерел

1. Леонов М. Я. Основы механики упругого тела. Фрунзе: Изд. АН Кирг. ССР, 1963. 328 с.

2. Леонов М. Я., Русинко К. М. До макроекономічної теорії крихкого руйнування. Доп. АН УРСР. 1961. № 12. С. 1582–1586.
3. Леонов М. Я., Русинко К. М. Макронапряжения упругого тела. Прикл. мат. и техн. физ. 1963. № 1. С. 104–110.
4. Панасюк В. В., Бережницкий Л. Т., Громяк Р. С. О влиянии структуры материала на распространение трещин в процессе растяжения тела. Докл. АН УССР. 1976. Сер. А. № 9. С. 811–816.
5. Панасюк В. В., Бережницкий Л. Т., Громяк Р. С. О влиянии структуры материала на распространение трещин в процессе сжатия тела. Докл. АН УССР. 1976. Сер. А. № 10. С. 919–924.
6. Панасюк В. В., Бережницкий Л. Т., Громяк Р. С. О влиянии структуры материала на распространение трещин возле остроконечных включений. Докл. АН УССР. 1976. Сер. А. № 12. С. 1096–1101.
7. Бережницкий Л. Т., Ратыч Л. В., Громяк Р. С. Связь локального разрушения вблизи трещин со структурой. Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции «Структура и прочность стали и сплавов» Киев, 1976. С. 41–43.
8. Ратыч Л. В. Об определении эффективных коэффициентов концентрации. 1965. 1. № 3. С. 317–325.
9. Ярема С. Я., Ратыч Л. В. Влияние микронеоднородностей структуры материала на прочность полос с гипсоболическими вырезами. Физ.-хим. механика материалов. 1965. 1. № 3. С. 317–325.
10. Громяк Р. С. К вопросу о начальном направлении распространения трещин. В сб.: материалы VII конференции молодых ученых ФМИ АН УССР. Секция ФХММ. Львов, 1975, Сборник депонирован в ВИНТИ № 1138-76 Деп от 9 апреля 1976 г. С. 36–38.
11. Громяк Р. С. Диаграммы предельного равновесия для микронеоднородных хрупких тел. Физ.-хим. механика материалов. 1977. 13. № 1. С. 121–122. [https://doi.org/10.1016/0012-8252\(77\)90123-4](https://doi.org/10.1016/0012-8252(77)90123-4)
12. Стащук М., Нитребич З., Гром'як Р. Оцінювання теоретичної міцності пористих матеріалів за теорією катастроф. Вісник ТНТУ. № 3 (99). 2020. С. 44–54. [https://doi.org/10.33108/visnyk\\_tntu2020.03.044](https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2020.03.044)
13. Олейник Н. В., Нго Ван Куэт. Определение вязкости разрушения материалов по их механическим свойствам. Пробл. прочности. 1976. № 1. С. 72–77.
14. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.

## УДК 539.4

### ВИЗНАЧЕННЯ СТРУКТУРНОГО ПАРАМЕТРА $\rho$ ДЛЯ РЯДУ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

Роман Гром'як<sup>1</sup>; Василь Неміш<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя,  
Тернопіль, Україна

<sup>2</sup>Західноукраїнський національний університет, Тернопіль, Україна

**Резюме.** В сучасних умовах при вдосконаленні методів розрахунку реальних конструкційних матеріалів і виробів із них необхідно найбільш повно і адекватно враховувати їх фізико-механічні властивості, а також мікроструктуру. Всім реальним матеріалам властива певна структурна неоднорідність (дефекти і неправильності кристалічної решітки, мікротріщини, пори, мікровключення, подряпини, риси і т.п.). Микронеоднорідність структури матеріалу можна врахувати за допомогою простої й достатньо ефективною теорії М. Я. Леонова і К. М. Русинка [1–3]. Згідно з цією теорією тіло називається макрооднорідним у деякій області, якщо механічні властивості будь-якого елементарного об'єму, що умовно вирізували із вказаної області, є однаковими. Згідно з цією моделю тверде тіло розглядається як суцільне середовище, кругом кожної точки якого можна виділити такий мінімальний об'єм  $V_0$ , якому ще присутні (на основі статистичних даних) механічні властивості, які визначаються при звичайних дослідженнях макротіл. За такий об'єм  $V_0$  вибрано кулю радіуса  $\rho$ , який приймається за структурний параметр матеріалу. В роботі наведено спрощену методику визначення структурного параметра  $\rho$  для ряду конструкційних матеріалів.

**Ключові слова:** міцність, теорія макронапружень, опір поширення тріщини в матеріалі ( $K_{Ic}$ ), коефіцієнт концентрації макронапружень  $K_m$ , середня технічна міцність матеріалу ( $\sigma_s$ ), коефіцієнт Пуассона ( $\nu$ ), структурний параметр ( $\rho$ ) і довжина тріщини (дефекта) ( $2l$ ).

[https://doi.org/10.33108/visnyk\\_tntu2023.04.067](https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2023.04.067)

Отримано 13.09.2023