

УДК 539.3/6; 53.091

С. Луньов¹, канд. фіз.-мат. наук; П. Назарчук¹, канд. фіз.-мат. наук;
О. Бурбан¹; В. Лопухович²

¹Луцький національний технічний університет

²Луцький біотехнічний інститут міжнародного науково-технічного університету імені Юрія Бугая

МЕТОДИКА ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МОНОКРИСТАЛІВ n-Ge ПРИ ВИСОКИХ ОДНОВІСНИХ ТИСКАХ

Резюме. На основі теорії опору матеріалів для різних кристалографічних напрямків розраховано залежність критичної механічної напруги від площі поперечного перерізу зразків n-Ge, що використовуються при дослідженнях деформаційних ефектів при високих одновісних тисках. Визначено оптимальні параметри форми даних зразків. Оцінено вплив геометричних розмірів зразків на точність вимірювання питомої електропровідності монокристалів n-Ge для монокристалів із низьким, середнім та високим рівнем легування.

Ключові слова: стійкість, питома електропровідність, деформаційні ефекти.

S. Luniov, P. Nazarchuk, O. Burban, V. Lopuhovych

METHODOLOGY OF MEASUREMENT OF ELECTRICAL PROPERTIES OF N-GE SINGLE CRYSTALS UNDER HIGH UNIAXIAL PRESSURE

Summary. Based on the theory of strength of materials dependence of the critical mechanical stress on the cross-section and shape of samples n-Ge, which used in research of deformation effects under high uniaxial pressures are obtained.

The analytical expressions for the first critical mechanical stress for n-Ge samples for measurement of piezoresistance, using the solution of the problem for the Euler for elastically deformed rod, are obtained. The critical stress for the case of rigidly fixed ends of rod is calculated. The dependences of the critical stress on the cross-section of sample for rectangular parallelepiped form and dumbbell form of sample are obtained. We considered the cases of uniaxial pressure in crystallographic directions [100], [110] and [111]. Take into account dependences of critical mechanical stress on the cross-section of samples for different shapes and parameters measurement setup for study deformation effects the optimal size and shape for these samples are determinate. To achieve maximum stability samples, the minimal permissible length of the sample and the maximum value of the cross-section are defined. The minimal length of the investigated samples was determined because of specificity of samples preparation and parameters of measurement setup. So for dumbbell form of sample allowable length is equal to 3 mm, and rectangular parallelepiped form - 4 mm. The maximum allowable dimensions of cross-sectional of the sample is dependent on the maximum pressure force that can develop measuring setup for get some pressure. In this case, defined dimensions of cross-section of samples to achieve a pressure $P=2 \cdot 10^9$ Pa.

The question of the influence of low-current electrodes on the measured value of conductivity in the case of a weak magnetic field are discussed. The effect of geometrical dimensions of samples for precision measurement of conductivity of single crystals of n-Ge with low, medium and high levels of doping are estimated.

Key words: resistance, electrical conductivity, deformation effects.

Вступ. Монокристалічний германій є перспективним матеріалом напівпровідникової електроніки. Він використовується для виготовлення силових випрямлячів, діодів, транзисторів, детекторів гама-випромінювання, лінз, об'єктивів. Тому дослідження фізичних властивостей даного матеріалу при дії різних зовнішніх впливів є актуальним.

Одним із ефективних методів дослідження напівпровідникових матеріалів – метод п'єзоопору, при застосуванні якого досліджувані матеріали піддаються дії високих одновісних або гідростатичних тисків. Однак це дуже часто призводить до їх руйнування. Тому для успішних вимірювань необхідно визначити оптимальну форму та розміри зразків, за яких стає можливим проведення таких вимірювань.

На процес руйнування напівпровідникових матеріалів впливає багато факторів: температурні умови, поведінка дефектів кристалічної структури в зоні механічних напруг [1]. Германій має схильність як до пластичного, так і крихкого руйнування залежно від температури, швидкості деформації й т.д. Особливістю крихкого руйнування є некероване спонтанне поширення тріщин у матеріалі зі швидкістю, близькою до швидкості звуку. Напряга руйнування є також функцією температури та рівня дефектності структури матеріалу [1]. Якщо зразок, який піддається одновісному стиску, має форму стержня і стискаюча сила буде прикладена до його основ, то руйнування зразка відбудеться при такій критичній нарузі, коли втрачається стійкість [2]. Високотемпературні дослідження дозволили достеменно встановити, що германій може витримувати значні макродеформації при температурах, які перевищують навіть 400–500°C. За нижчих температур пластична деформація незначна, за кімнатних – монокристалічний германій деформується пружно до руйнування сколом [1].

Під стійкістю йдеться про властивість системи зберігати свій стан при зовнішніх взаємодіях. Система, втративши стійкість, може поводити себе по-різному. Зазвичай відбувається перехід до дещо нового стану рівноваги, що в переважній більшості випадків супроводжується великими переміщеннями, виникненням пластичних деформацій або повним руйнуванням [2].

Розрахунок оптимальних параметрів форми зразків n-Ge для дослідження тензоефектів. Втратою стійкості для стержня, стисненого центральними силами, буде згин стержня. Розв'язок задачі Ейлера при осьовому стискуванні стержня дає наступний вираз для критичної сили, за якої стержень буде втрачати стійкість [3],

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 k E J_{\min}}{l^2}, \quad (1)$$

де k – довільне ціле число; E – модуль Юнга; J_{\min} – мінімальний момент інерції поперечного перерізу стержня; l – довжина стержня. Для нас важливою є перша критична сила ($k = 1$).

Модуль Юнга можна виразити через відомі пружні сталі для даного матеріалу c_{11} , c_{12} , c_{44} [4]. У кубічних кристалах, до яких відноситься германій, в міру умов симетрії вираз для модуля Юнга набуде вигляду [4]

$$\frac{1}{E} = \frac{c_{11} + c_{12}}{(c_{11} + 2c_{12})(c_{11} - c_{12})} + \left(\frac{1}{c_{44}} - \frac{2}{c_{11} - c_{12}} \right) (n_1^2 n_2^2 + n_1^2 n_3^2 + n_2^2 n_3^2), \quad (2)$$

де n_1, n_2, n_3 – компоненти вектора нормалі до площадки деформації зразка в системі координат, пов'язаній з кристалографічними осями [100], [110] та [111]. У таблиці

наведено обчислені на основі (2) значення модуля Юнга для даних кристалографічних напрямків у германії.

Таблиця 1

Значення модуля Юнга для різних кристалографічних напрямів у германії

Кристалографічний напрям	[100]	[110]	[111]
Модуль Юнга E, Па	$1,03 \cdot 10^{11}$	$1,37 \cdot 10^{11}$	$1,55 \cdot 10^{11}$

Для вимірювань п'єзоопору допустимими формами поперечного перерізу зразків є круг та квадрат. Враховуючи вирази для мінімальних моментів інерції зразків даних форм поперечного перерізу [3], можна легко отримати критичні значення напружень

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 a^2 E}{12l^2} \quad (3)$$

для прямокутного та

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 d^2 E}{16l^2} \quad (4)$$

для круглого зразка, де a – сторона основи прямокутного зразка; d – діаметр гантелеподібного зразка; l – довжина зразка.

Прямокутні зразки для вимірювання п'єзоопору виготовляють у формі прямокутного паралелепіпеда. Круглі зразки мають гантелеподібну форму, яка складається з досліджуваної середньої частини та основ, розміщених на торцях (рис.1).

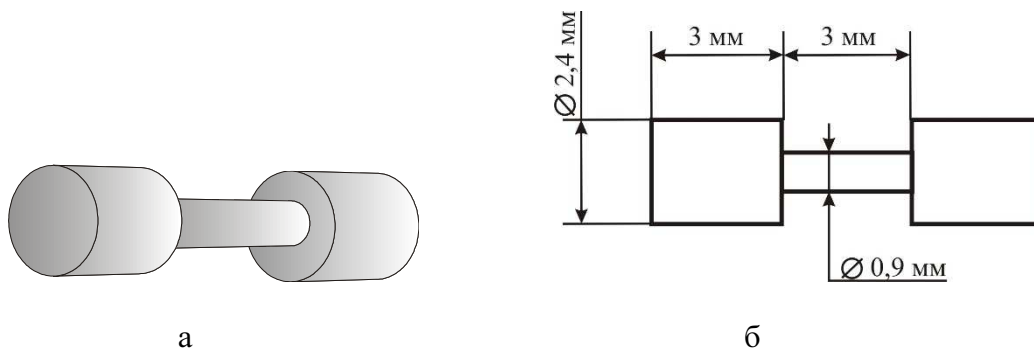


Рисунок 1. Гантелеподібна форма зразка для дослідження тензоефектів

Figure 1. Dumbbell-shape sample for research of tenzoeffects

Основи зразка діаметром 2,4 мм та висотою 3 мм жорстко закріплюються у латунних цапфах за допомогою епоксидної смоли. Оскільки площа поперечного перерізу основи зразка набагато більша за площу поперечного перерізу середньої частини, то тиск на основу буде набагато менший, ніж на досліджувану частину. Основи зразка майже повністю занурені у цапфи та жорстко закріплені у них за допомогою епоксидної смоли. При цьому стійкість зразка визначається тільки довжиною та площею поперечного перерізу середньої його частини.

Для дослідження параметрів високоенергетичного Δ_1 – мінімуму зони провідності германію, прикладався одновісний тиск $P \approx 3 \cdot 10^9$ Па у кристалографічному напрямку [100], [5]. На рис.2 наведено залежність питомого

електричного опору сильнолегованих монокристалів n-Ge, враховуючи яку було знайдено комбінацію констант деформаційного потенціалу, ефективну масу густини станів, компоненти тензора ефективної маси для Δ_1 – мінімуму зони провідності кристалів n-Ge.

Для досягнення такого високого одновісного тиску зразки n-Ge виготовляли гантелеподібної форми, оскільки зразки паралелепіпедної форми руйнуються при одновісному тиску $P \approx 2 \text{ ГПа}$. Експериментальна установка для дослідження тензорезистивних ефектів дозволяє стискувати досліджений зразок із максимальною силою $F = 2 \cdot 10^3 \text{ Н}$. Отже, для досягнення такого тиску площа поперечного перерізу досліджуваних зразків не повинна перевищувати $0,67 \text{ мм}^2$.

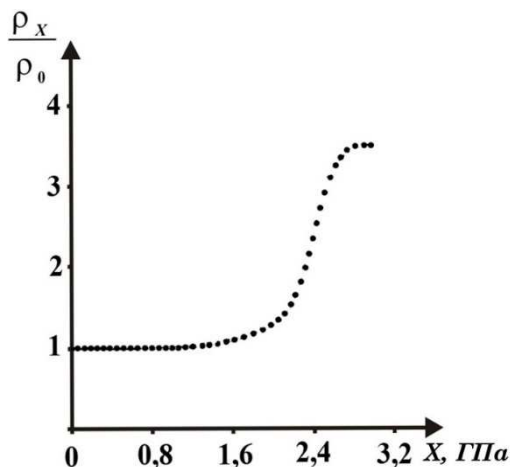


Рисунок 2. Залежність поздовжнього п'езоопору n-Ge<Sb> від величини одновісного стиску вздовж кристалографічного напрямку <100> при $T=4,2 \text{ K}$

Figure 2. The dependence of the longitudinal piezoresistance n-Ge <Sb> on the uniaxial pressure along the crystallographic direction <100> at $T = 4,2 \text{ K}$

Ми розрахували залежність критичної механічної напруги від площі поперечного перерізу зразків, виготовлених із германію прямокутної та гантелеподібної форм при різних напрямках одновісного тиску (рис.3–5). При цьому досліджувана середина між латунними цапфами для зразків паралелепіпедної форми складає 4 мм, а для зразків гантелеподібної – 3 мм.

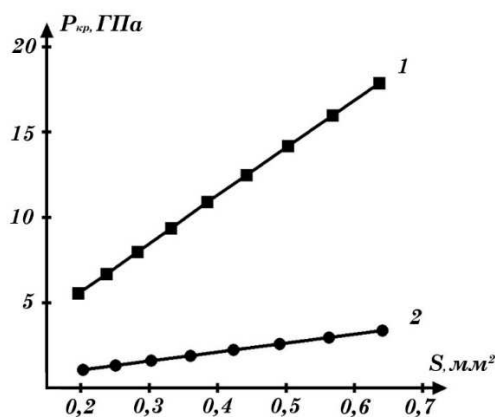


Рисунок 3. Залежність критичної напруги від площі поперечного перерізу зразків при одновісному тискові вздовж кристалографічного напрямку [100]:

1 – зразки гантелеподібної форми; 2 – зразки у формі прямокутного паралелепіпеда

Figure 3. The dependence of the critical stress on the samples cross-section under uniaxial pressure along the crystallographic direction [100]:
1 – dumbbell-shape; 2 – rectangular parallelepiped shape

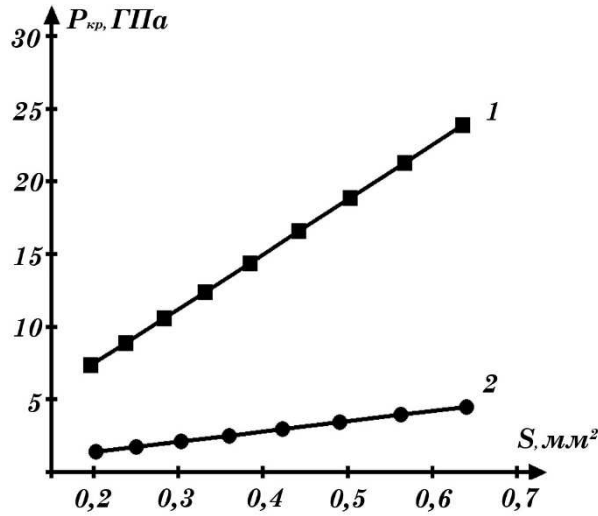


Рисунок 4. Залежність критичної напруги від площі поперечного перерізу зразків при одновісному тисковій вздовж кристалграфічного напрямку [110]:
1 – зразки гантелеподібної форми;
2 – зразки у формі прямокутного паралелепіпеда

Figure 4. The dependence of the critical stress on the samples cross-section under uniaxial pressure along the crystallographic direction [110]:
1 – dumbbell-shape;
2 – rectangular parallelepiped shape

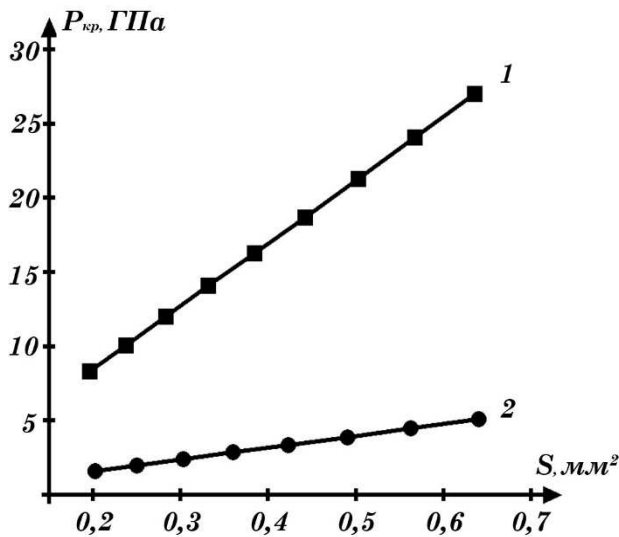


Рисунок 5. Залежність критичної напруги від площі поперечного перерізу зразків при одновісному тисковій вздовж кристалграфічного напрямку [111]:
1 – зразки гантелеподібної форми;
2 – зразки у формі прямокутного паралелепіпеда

Figure 5. The dependence of the critical stress on the samples cross-section under uniaxial pressure along the crystallographic direction [111].
1 – dumbbell-shape;
2 – rectangular parallelepiped shape

Аналізуючи рис.3–5, можна зробити висновок, що критична напруга для зразків, у яких поперечний переріз має форму круга, буде більшою, ніж для зразків, форма перерізу яких є квадрат. Тобто ймовірність руйнування при проведенні вимірювань тензорезистивного ефекту буде менша для зразків гантелеподібної форми.

Вплив геометричних розмірів і концентрації легуючої домішки на точність вимірювання питомої електропровідності монокристалів n-Ge. Ми також оцінили похибку при вимірюванні питомої електропровідності для монокристалів n-Ge з різною концентрацією донорної домішки. На торці прямокутних зразків наносились омичні контакти, на які подавався струм, а на бокові грані – контакти для зондів. Для гантелеподібних зразків через малі розміри та циліндричну форму неможливо нанести контакти на досліджувану частину. Тому колові олов'яні контакти наносились на бічну поверхню основ, якомога ближче до досліджуваної частини. До цих колових контактів подавався постійний струм та приєднувались зонди. Таке розміщення контактів також унеможливило деформування контакту під час стиску.

Вимірювання питомої електропровідності й коефіцієнта Холла напівпровідників є одним із основних методів визначення їх характеристик – типу провідності, концентрації носіїв заряду та їх рухливості. Експериментально провідність напівпровідників визначають на зразках із низькоомними струмовими електродами за схемою, зображеною на рис.6 [6].

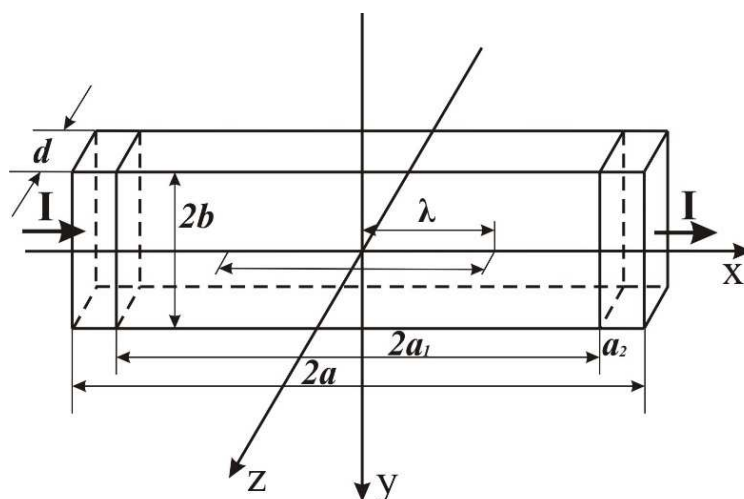


Рисунок 6. Схема зразка для вимірювання питомого опору

Figure 6. Scheme of the sample to measure the specific resistance

Питання про вплив низькоомних струмових електродів на величину вимірюваної ЕРС Холла розглядали раніше [7]. При цьому вважали, що питома електропровідність матеріалу струмових електродів значно перевищує питому електропровідність досліджуваного напівпровідника ($\sigma_2 \gg \sigma_1$), і практично її можна вважати нескінченною. Однак у цих роботах немає кількісного оцінювання меж застосування цієї умови.

Величини, що характеризують зразок, позначимо індексом 1, а струмові електроди – 2. Якщо обмежитися слабким магнітним полем \vec{H} , то потенціали електричного поля у зразку та струмових електродах можна шукати у вигляді лінійного наближення [6]

$$\varphi_i(\vec{r}) = \varphi_i^0(\vec{r}) + H\psi_i(\vec{r}), i = 1, 2 \dots \quad (5)$$

де $\varphi_i^0(\vec{r})$ і $\psi_i(\vec{r})$ від магнітного поля H не залежать.

Згідно з [11] потенціал $\varphi_i^0(\vec{r})$ визначається крайовою задачею

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi_i^0(\vec{r}) &= 0 \\ \frac{\partial \varphi_1^0}{\partial z} \Big|_{z=0,d} &= 0; \quad \frac{\partial \varphi_1^0}{\partial y} \Big|_{y=\pm b} = 0; \quad \frac{\partial \varphi_2^0}{\partial x} \Big|_{x=a} = \frac{I}{\sigma_2 d} \delta(y); \\ \frac{\partial \varphi_1^0}{\partial x} \Big|_{x=-a} &= \frac{\partial \varphi_1^0}{\partial x} \Big|_{x=a_1}; \quad \left(\sigma_1 \frac{\partial \varphi_1^0}{\partial x} - \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2^0}{\partial x} \right) \Big|_{x=a_1} = 0; \quad (\varphi_1^0 - \varphi_2^0) \Big|_{x=a_1} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

У виразах (6) $\delta(y)$ – дельта-функція; I – сила струму; a, a_1, b, d – величини, що характеризують розміри зразка (див рис.6). Функція $\psi_i(\vec{r})$ задовольняє рівняння Лапласа і граничні умови:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi_i(\vec{r}) &= 0 \\ \frac{\partial \psi_i}{\partial z} \Big|_{z=0,d} &= 0; \quad \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial y} - \sigma_i R_i \frac{\partial \varphi_i^0}{\partial x} \right) \Big|_{y=\pm b} = 0; \quad \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial x} - \sigma_2 R_2 \frac{\partial \varphi_2^0}{\partial y} \right) \Big|_{x=a} = 0; \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \Big|_{x=-a_1} &= - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \Big|_{x=a_1}; \quad (\psi_1 - \psi_2) \Big|_{x=a_1} = 0; \\ \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_1 \psi_1 - \sigma_2 \psi_2) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_1^2 R_1 \varphi_1^0 - \sigma_2^2 R_2 \varphi_2^0) \right] \Big|_{x=a_1} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Виконуючи послідовне інтегрування крайових задач (6) методом поділу змінних, отримаємо [8]:

$$\varphi_1^0(x, y) = \frac{I}{bd} \sum_n (-1)^n \Theta_n \frac{D_{1n}}{\alpha_n D_n} sh \alpha_n x \cos \alpha_n (y + b) \quad (8)$$

$$\alpha_n = \frac{\pi n}{2b}; \quad D_n = \sigma_1 ch \alpha_n a_1 ch \alpha_n a_2 + \sigma_2 sh \alpha_n a_1 sh \alpha_n a_2;$$

$$D_n = \frac{\sigma_1}{\sigma_i} ch^2 \alpha_n a_1 - sh^2 \alpha_n a_1; \quad \Theta_n = \begin{cases} 1/2, & n = 0 \\ 1, & n \neq 0 \end{cases}.$$

З рівняння (8) випливає, що

$$U_0 = \frac{I}{\sigma_1 bd} \left[\lambda + \frac{4}{\pi} \sum_{n=2,4,\dots} \frac{sh \alpha_n \lambda}{n \left(ch \alpha_n a_1 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \alpha_n a_2 sh \alpha_n a_1 \right)} \right]. \quad (9)$$

У випадку, коли $a_1 \rightarrow \infty$ або $\sigma_2 \rightarrow \infty$, то ряд у правій частині (9) прямує до нуля. Тоді

$$U_0 = \frac{I \lambda}{\sigma_1 bd}. \quad (10)$$

У роботі [6] оцінено похибку при визначенні питомої електропровідності досліджуваних зразків на основі формул (9), (10). Але автори обмежилися лише першим членом ряду (9). Похибка в цьому випадку становила приблизно 2%.

Враховуючи вирази (9) та (10), ми оцінили похибки при вимірюваннях питомої електропровідності для зразків n-Ge з різним вмістом донорної домішки.

Розрахунки показують, що для зразків із концентраціями домішки $n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ та $n = 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ похибка буде становити відповідно 1% та 5%. Для концентрації домішки $n > 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ дана похибка перевищує 30%.

Висновки. Зразки n-Ge для дослідження тензорезистивного ефекту при одновісних тисках $P \approx 3 \cdot 10^9 \text{ Па}$ оптимально виготовляти гантелеподібної форми, що забезпечить меншу ймовірність їхнього руйнування відносно зразків паралелепіпедної форми, які практично при тисках $P \approx 2 \cdot 10^9 \text{ Па}$ руйнуються. Для максимальної сили тиску $F = 2 \cdot 10^3 \text{ Н}$, яка може бути досягнута на вимірювальній установці, найбільша критична напруга відповідатиме товщині $d = 0,9 \text{ мм}$ і довжині $l = 3 \text{ мм}$ досліджуваної частини гантелеподібного зразка. Для концентрації домішки $n \leq 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ похибка вимірювання питомої електропровідності для зразків даних розмірів не перевищує 1%. Для зразків із концентрацією домішки $n > 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ця похибка стає досить суттєвою, що необхідно враховувати при визначенні концентрації та рухливості носіїв струму в напівпровідниках із середнім та високим рівнями легування.

Conclusions. The optimally shape for samples of n-Ge, which uses for research tensorresistive effects under uniaxial pressures $P \approx 3 \cdot 10^9 \text{ Pa}$, is dumbbell-form. This shape will ensure less likelihood of sample destruction in comparison with parallelepiped shape, in case which sample will destroyed by pressure $P \approx 2 \cdot 10^9 \text{ Pa}$. The measuring setup can develop force $F = 2 \cdot 10^3 \text{ N}$. So the most critical stress can be creates for the thickness $d = 0,9 \text{ mm}$ and length $l = 3 \text{ mm}$ of the measuring part of sample. For the impurity concentration $n \leq 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ measurement error of conductivity for the sample is less than 1%. For samples with impurity concentration $n > 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ this error is essential that must be considered in determining the concentration and mobility of charge carriers in semiconductors with medium and high levels of doping.

Список використаної літератури

1. Концевой, Ю.А. Пластичность и прочность полупроводниковых материалов и структур [Текст] / Ю.А. Концевой, Ю.М. Литвинов, Э.А. Фаттахов. – М.: Радио и связь, 1982. – 240 с.
2. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов [Текст] / В.И. Феодосьев. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 592 с.
3. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: підручник для студ. буд. і транспорт. спец. вузів; у 2. ч. [Текст]; за ред. В. Г. Піскунов. – К.: Вища школа, 1994. – 260с.
4. Полякова, А.Л. Деформация полупроводников и полупроводниковых приборов [Текст] / А.Л. Полякова. – М.: Энергия, 1979. – 168 с.
5. Луньов, С.В. Параметры высокоэнергетичного $\Delta 1$ – мінімуму зони провідності n-Ge [Текст] / С.В. Луньов, П.Ф. Назарчук, О.В. Бурбан // Журнал фізичних досліджень. – 2013. – Т.17, №3 – С.702.
6. О влиянии низкоомных токовых электродов на эффект Холла в полупроводниковых образцах [Текст] / Б.В. Аквилев и др. // Известия вузов МВ и ССО СССР, серия Физика. – М., 1982.
7. Кучис, Е.В. Гальваномагнитные эффекты и методы их исследования [Текст] / Е.В. Кучис. – М.: Радио и связь, 1990. – 264 с.
8. Петровский, И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными [Текст] / И.Г. Петровский. – М.: ФМ, 1961. – 400 с.

Отримано 30.04.2014