

УДК 539.3

О. Багно, докт. фіз.-мат. наук

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

ПОШИРЕННЯ ХВИЛЬ ЛЕМБА У ПОПЕРЕДНЬО ДЕФОРМОВАНОМУ СТИСЛИВОМУ ПРУЖНОМУ ШАРІ, ЯКИЙ ВЗАЄМОДІЄ З ШАРОМ ІДЕАЛЬНОЇ СТИСЛИВОЇ РІДИНИ

Резюме. Розглянуто задачу про поширення акустичних хвиль у попередньо деформованому стисливому пружному шарі, що взаємодіє з шаром ідеальної стисливої рідини. Дослідження проведено на основі тривимірних рівнянь лінеаризованої теорії пружності скінченних деформацій для пружного шару та тривимірних лінеаризованих рівнянь Ейлера для ідеальної стисливої рідини. Застосовано постановку задачі та підхід, які базуються на використанні представлень загальних розв'язків лінеаризованих рівнянь для пружного та рідкого шарів. Наведено дисперсійне рівняння, яке описує поширення мод Лемба у гідропружній системі у широкому діапазоні частот. Чисельно розв'язано характеристичне рівняння та побудовано дисперсійні криві для широкого спектра частот у випадку тонкого шару рідини. Проаналізовано вплив початкової деформації, товщини шарів пружного тіла і рідини на фазові швидкості мод Лемба.

Ключові слова: пружний стисливий шар, шар ідеальної стисливої рідини, початкові напруження, моди Лемба.

I. Bahno, O. Bahno

PROPAGATION OF LAMB WAVES IN A PRE-STAINED COMPRESSIBLE ELASTIC LAYER INTERACTION WITH A LAYER OF AN IDEAL COMPRESSIBLE FLUID

Summary. The problem of acoustic waves propagation in a pre-strained compressible elastic layer that interacts with a layer of ideal compressible fluid is considered. The study is carried out on the basis of the three-dimensional linearized equations of theory of elasticity finite deformations for elastic layer and of three-dimensional linearized Euler equations for ideal compressible fluid. The problem statement and the approach are based on the use of representations general solutions of the linearized equations for elastic and fluid layers. A dispersion equation is given which describes the propagation of Lamb waves in hydroelastic system within a wide frequency range. The characteristic equation is solved numerically and dispersion curves are constructed for a wide range of frequencies in the case of a thin fluid layer. The dependencies of phase velocities of Lamb modes on the thickness of elastic layer are given in absence of the interaction with the fluid. For hydroelastic waveguide the dependencies of phase velocities of Lamb waves on the thickness of elastic layer are presented. The dependencies of the relative change of the magnitudes of the phase velocities of Lamb modes on the thickness of the elastic layer are given. The influence of the initial deformation as well the thicknesses of the layers of the elastic body and fluid on the phase velocities of Lamb waves are analyzed. For hydroelastic system with increasing of the thickness elastic layer the velocity of first mode tends to the Stoneley wave velocity and velocity of second mode tends to the Rayleigh wave velocity is shown. The phase velocities of all higher modes tends to the velocity of shear waves in the elastic body. It is determined that the initial tension of the elastic layer leads to the increasing the phase velocities of first and second modes. It is determined that for all the modes, beginning with the third, there exist thicknesses the elastic layer and certain frequencies, at which the initial tension of the elastic layer has no effect on their phase velocities. It is shown, that in the case of a thin fluid layer, every mode, beginning with the fifth, has three such frequencies. It is found also that for certain frequency ranges the initial tension of the elastic layer can lead both to increasing and to decreasing of the phase velocities of Lamb modes.

Key words: elastic compressible layer, layer of ideal compressible fluid, initial stresses, Lamb modes.

Постановка проблеми. Розвиток науки і техніки висуває нові підвищені вимоги до досліджень у галузі аерогідропружності й, зокрема, до вивчення розповсюдження хвиль у пружних тілах, що контактують з рідиною. Сутність їх полягає в необхідності повнішого врахування властивостей реальних твердих середовищ і на цій основі адекватного опису різноманітних явищ та механічних ефектів, характерних для динамічних процесів у гідропружних хвилеводах.

Аналіз відомих результатів досліджень. Хвилі, що поширюються вздовж границі контакту пружного шару та шару рідини, належать до числа узагальнень ґрунтовно досліджених основних типів акустичних хвиль: Релея, Стоунлі, Лява та Лемба. Огляд робіт і аналіз результатів, отриманих у рамках класичної теорії пружності та моделі ідеальної стисливої рідини, наведено в [1]. Разом з тим, значне практичне використання поверхневих хвиль вимагає врахування властивостей, які притаманні реальним тілам. До таких факторів належать початкові напруження в твердих тілах. Задачі, які розглянуто, й результати, які отримані з урахуванням цієї властивості, наведено в [2–7].

Мета роботи. Дослідити дисперсійний спектр мод Лемба у гідропружній системі: шар ідеальної стисливої рідини – попередньо деформований стисливий пружний шар на основі тривимірних лінеаризованих рівнянь Ейлера для рідкого середовища та тривимірних лінеаризованих рівнянь теорії пружності скінченних деформацій для твердого тіла.

Постановка задачі. Розглянемо задачу про поширення акустичних хвиль у гідропружній системі, що складається з попередньо деформованого стисливого пружного шару та шару ідеальної стисливої рідини. Розв'язок отримаємо із залученням тривимірних лінеаризованих рівнянь теорії пружності скінченних деформацій для твердого тіла та лінеаризованих рівнянь Ейлера для рідини, що знаходиться у стані спокою. У рамках прийнятих моделей основні співвідношення для системи попередньо напружене тверде тіло – ідеальна стислива рідина будуть мати вигляд

$$\left(\tilde{\omega}_{ij\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_\beta} - \delta_{j\alpha} \tilde{\rho} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u_\alpha = 0, \quad z_k \in V_1; \quad (1)$$

$$\tilde{Q}_j \equiv N_i^0 \tilde{\omega}_{ij\alpha\beta} \frac{\partial u_\alpha}{\partial z_\beta}, \quad \tilde{\omega}_{ij\alpha\beta} = \frac{\lambda_i \lambda_\beta}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \omega_{ij\alpha\beta}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}, \quad z_k \in V_1; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} p = 0, \quad z_k \in V_2; \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \rho^*} = a_0^2, \quad a_0 = \text{const}, \quad z_k \in V_2; \quad (4)$$

$$p_{ij} = -\delta_{ij} p, \quad \tilde{P}_j = p_{ij} N_i^0, \quad z_k \in V_2. \quad (5)$$

При цьому специфіку взаємодії пружних та рідких середовищ відображають динамічні

$$\tilde{Q}_j = \tilde{P}_j, \quad z_k \in S. \quad (6)$$

та кінематичні

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \vec{v}, \quad z_k \in S \quad (7)$$

граничні умови, що задаються на поверхні контакту твердих тіл і рідини.

Введений тут тензор $\tilde{\omega}_{ij\alpha\beta}$, який залежить від виду початкового стану та типу пружного потенціалу твердого тіла, наведено в роботах [3,4,6].

Тут введено такі позначення: u_α – компоненти вектора переміщень пружного тіла; ρ – щільність матеріалу пружного шару; λ_i – подовження пружного тіла у напрямках координатних осей; \vec{v} – вектор збурення швидкості рідини; ρ^* та p – збурення щільності й тиску в рідині; ρ_0 та a_0 – щільність та швидкість звуку в рідині у стані спокою; \tilde{Q}_j та \tilde{P}_j – складові напружень у пружному тілі та рідині; V_1 та V_2 – об'єми, що займають відповідно пружне тіло та рідина; S – поверхня контакту пружного тіла та рідини.

Рівності (1)–(2) описують поведінку пружного тіла. Малі коливання ідеальної стисливої рідини, що знаходиться в стані спокою, описують співвідношення (3)–(5).

Далі припустимо, що нелінійно-пружне тіло, пружний потенціал якого є довільною двічі неперервно-диференційованою функцією компонент тензора деформацій Гріна, заповнює об'єм $-\infty < z_1 < \infty$, $-h_2 \leq z_2 \leq 0$, $-\infty < z_3 < \infty$ і контактує з шаром ідеальної стисливої рідини, яка займає об'єм $-\infty < z_1 < \infty$, $0 \leq z_2 \leq h_1$, $-\infty < z_3 < \infty$. Будемо вважати, що зовнішні сили, які діють на вказані середовища, розподілені рівномірно вздовж осі $0z_3$. У цьому випадку в усіх площинах, паралельних площині $0z_1z_2$, явища будуть відбуватися тотожним чином. Тому задача буде плоскою і можна обмежитися вивченням процесу розповсюдження хвиль у площині $0z_1z_2$.

Скористаємося представленнями загальних розв'язків, отриманими в роботах [3–7]. Для плоского випадку, який розглядається, загальні розв'язки будуть мати вигляд

$$u_1 = -\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z_1 \partial z_2}; \quad u_2 = \frac{(\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)}{\lambda_2^2 (a_{12} + \mu_{12})} \left[\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda_2^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0)}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \chi_1;$$

$$v_1 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_1 \partial t}; \quad v_2 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_2 \partial t},$$

де введені функції χ_1 та χ_2 задовольняють рівнянням

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda_2^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0)}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda_2^2 (\lambda_2^2 a_{22} + s_{22}^0)}{\lambda_1^2 (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\lambda_2^4 (a_{12} + \mu_{12})^2}{(\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0) (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^4}{\partial z_1^2 \partial z_2^2} \right] \chi_1 = 0; \quad (8)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \chi_2 = 0. \quad (9)$$

Дана задача характеризується динамічними

$$\tilde{Q}_1|_{z_2=0} = 0, \quad \tilde{Q}_2|_{z_2=0} = \tilde{P}_2|_{z_2=0}, \quad \tilde{Q}_1|_{z_2=-h_2} = 0, \quad \tilde{Q}_2|_{z_2=-h_2} = 0, \quad \tilde{P}_2|_{z_2=h_1} = 0 \quad (10)$$

та кінематичним

$$v_2|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t}|_{z_2=0} \quad (11)$$

граничними умовами.

Тут введені такі позначення: u_i – компоненти вектора переміщень пружного тіла; λ_i – подовження пружного шару у напрямках координатних осей; a_{ij} та μ_{ij} – величини, що визначаються з рівнянь стану та залежать від виду пружного потенціалу [3, 6, 8]; $\bar{\sigma}_{ii}^0$ – початкові напруження ($s_{ii}^0 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \bar{\sigma}_{ii}^0}{\lambda_i^2}$); v_i – компоненти вектора збурень швидкості рідини.

Отже, зазначена задача зводиться до розв'язання системи рівнянь (8)–(9) при граничних умовах (10)–(11).

Для аналізу поширення збурень, які гармонічно змінюються з часом, розв'язки системи рівнянь розшуковуються у класі біжучих хвиль

$$\chi_i = X_i(z_2) \exp[i(kz_1 - \omega t)], \quad i = \overline{1,2}, \quad (12)$$

де k – хвильове число; ω – кругова частота.

Зауважимо, що обраний у даній роботі клас гармонічних хвиль, який є найбільш простим і зручним у теоретичних дослідженнях, не обмежує загальності отриманих результатів, оскільки лінійна хвиля довільної форми, як відомо, може бути представлена набором гармонічних складових. Далі розв'язуємо дві задачі Штурма–Ліувілля на власні значення для рівнянь руху пружного тіла та рідини, а також знаходимо відповідні власні функції. Після підстановки розв'язків у граничні умови (10)–(11) отримуємо систему лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь відносно сталих інтегрування. Виходячи з умови існування нетривіального розв'язку та прирівнюючи визначник системи до нуля, отримуємо дисперсійне рівняння

$$\det \| e_{mn} (c_\sigma, s_{ii}^0, a_{ij}, \mu_{ij}, \rho, \rho_0, a_0, \omega h_1 / c_s, \omega h_2 / c_s) \| = 0, \quad m, n = \overline{1,6}, \quad (13)$$

де c – фазова швидкість мод у гідропружній системі; h_1 – товщина шару рідини; h_2 – товщина пружного шару; c_s ($c_s^2 = \mu / \rho$) – швидкість хвилі зсуву в пружному тілі.

Зауважимо, що особливість розповсюдження збурень у гідропружному хвилеводі зазначеної структури зумовлена наявністю в пружному тілі та рідині граничних поверхонь. Це значно ускладнює картину хвильового поля у ньому. Причиною цього є те, що у формуванні поля в гідропружній системі суттєву роль відіграють не тільки наявність рідини, а також взаємодія хвиль з поверхнею пружного тіла, контактуючого з рідким середовищем, але й наявність вільних границь та їх взаємовплив. Складна взаємодія хвиль, породжених граничними поверхнями, призводить до виникнення мод Лемба, розповсюдження яких відбувається з дисперсією. Їх фазові швидкості залежать від частоти.

Відзначимо, що отримане дисперсійне рівняння (13) не залежить від форми пружного потенціалу. Воно є найбільш загальним і з нього можна отримати ряд частинних випадків. Зокрема, якщо a_0 спрямувати до нескінченності, то (13) переходить у рівняння для визначення параметрів мод у випадку взаємодії з ідеальною нестисливою рідиною. При $\rho_0 = 0$ рівність (13) перейде в рівняння для визначення швидкостей хвиль Лемба [9]. Якщо додатково спрямувати h_2 до нескінченності, отримаємо співвідношення для визначення швидкостей поверхневих хвиль Релея [10]. При $\rho_0 \neq 0$ та $h_1 \rightarrow \infty$ рівність перейде у рівняння Стоунлі [11]. Вказані частинні випадки враховують наявність початкових деформацій у пружному шарі. Крім того, моделі, які засновані на різних варіантах теорії малих початкових деформацій, на рівняннях наближених прикладних двовимірних теорій як для попередньо напружених, так і для тіл без початкових деформацій, на лінійних співвідношеннях класичної теорії пружності є частинними випадками, розглянутого в роботі, і впливають з нього при введенні додаткових спрощуючих припущень. Задачі, які було розглянуто в рамках моделі, що враховує початкові деформації, наведено в [2]. Якщо покласти $\bar{\sigma}_{ii}^0 = 0$, то отримаємо рівності для добре досліджених у рамках класичної теорії пружності хвиль Релея, Стоунлі та Лемба [1].

Аналіз чисельних результатів. У подальшому дисперсійне рівняння (13) розв'язувалося швидкозбіжним ітераційним методом. При цьому розрахунки проводилися для системи органічне скло – вода, яка характеризувалася наступними параметрами: пружний шар – $\rho = 1160 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 1,86 \cdot 10^9 \text{ Па}$; шар рідини – $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $a_0 = 1459,5 \text{ м/с}$, $a_0/c_s = 1,1526$.

Зауважимо, що рівняння (13) виведено без будь-яких додаткових вимог до виду функції пружного потенціалу, тому воно має місце для пружних потенціалів довільної форми. При чисельній реалізації задачі питання щодо вибору конкретної форми пружного потенціалу має самостійне й важливе значення і суттєвим чином може вплинути на кінцевий результат. Як показано у роботі [8], для попередньо напружених стисливих жорстких матеріалів (сталь, оргскло) закономірності, які спостерігаються експериментально, можуть бути правильно описані теоретично лише у рамках триінваріантних пружних потенціалів. У зв'язку з цим, у даній роботі для оргскла використовувався найпростіший триінваріантний потенціал у формі Мурнагана [8]. З урахуванням цього сталі Мурнагана для оргскла, через які визначаються величини рівнянь стану a_{ij} та μ_{ij} , обиралися такими [8,9]: $a = -3,91 \cdot 10^9 \text{ Па}$; $b = -7,02 \cdot 10^9 \text{ Па}$; $c = -1,41 \cdot 10^9 \text{ Па}$.

Крім того, як відомо, оргскло відноситься до розряду жорстких матеріалів, які не руйнуючись не допускають великих деформацій. Тому, хоча дисперсійне рівняння (13) є найбільш загальним і отримано для тіл, які піддані скінченним деформаціям, при розгляді конкретного прикладу та чисельного розв'язання рівняння (13) коефіцієнти рівнянь стану a_{ij} та μ_{ij} визначалися у рамках лінійного акустичного наближення [8].

Результати обчислень наведено на рис.1–3.

На рис.1 для пружного шару, який не взаємодіє з рідиною, наведено залежності безрозмірних фазових швидкостей мод Лемба \bar{c} ($\bar{c} = c/c_s$) від безрозмірної товщини пружного шару (частоти) \bar{h}_2 ($\bar{h}_2 = \omega h_2/c_s$) при відсутності початкових деформацій. Номерами n_a позначено антисиметричні моди, а n_s – відповідно симетричні моди.

На рис.2 представлені дисперсійні криві для гідропружного хвильоводу, які показують залежності безрозмірних фазових швидкостей мод Лемба від безрозмірної товщини пружного шару (частоти) \bar{h}_2 для шару рідини з товщиною, що дорівнює $\bar{h}_1 = 2$ ($\bar{h}_1 = \omega h_1/c_s$) також за відсутності початкових деформацій.

Характер впливу попереднього розтягу ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) на фазові швидкості мод Лемба у пружному шарі, який взаємодіє з шаром ідеальної рідини, ілюструють графіки на рис. 3, де представлені залежності відносних змін величин фазових швидкостей c_ε ($c_\varepsilon = \frac{c_\sigma - c}{c}$, c_σ – фазова швидкість мод у гідропружній системі при попередньо напруженому шарі; c – фазова швидкість мод у гідропружній системі за відсутності початкових деформацій) від товщини шару пружного тіла (частоти) \bar{h}_2 для перших 10 мод. На цих рисунках наведено дисперсійні криві для гідропружного хвильоводу, товщина шару рідини якого дорівнює $\bar{h}_1 = 2$.

Результати дослідження. З графіків, зображених на рис.1, випливає, що швидкість нульової антисиметричної моди при зростанні частоти або товщини пружного шару прямує до швидкості хвилі Релея ($\bar{c}_R = c_R/c_s = 0,93356$) знизу, а швидкість нульової симетричної моди прямує до швидкості хвилі Релея ($\bar{c}_R = 0,93356$) згори. Швидкості усіх мод високого порядку при збільшенні товщини пружного шару або частоти прямують до швидкості хвилі зсуву в матеріалі пружного тіла.

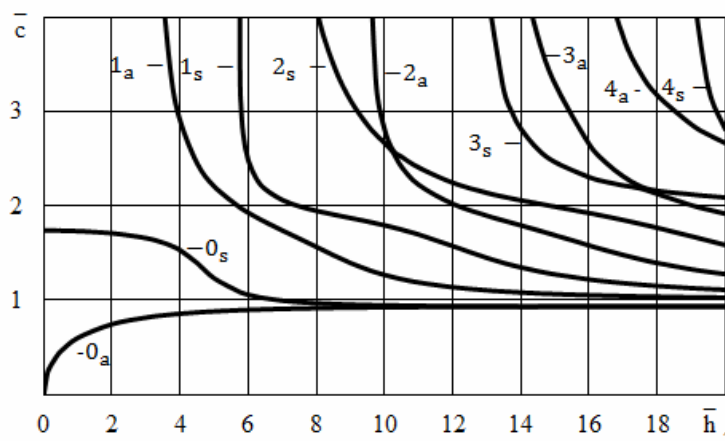


Рисунок 1. Залежності безрозмірних фазових швидкостей мод Лемба від безрозмірної товщини пружного шару за відсутності початкових напружень

Figure 1. Dependencies of dimensionless phase velocities of Lamb modes on dimensionless thickness of elastic layer in absence of the initial stresses

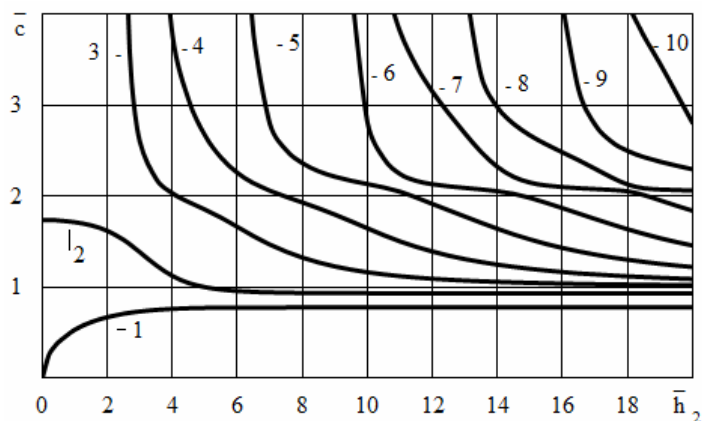


Рисунок 2. Залежності безрозмірних фазових швидкостей мод Лемба від безрозмірної товщини пружного шару за відсутності початкових напружень

Figure 2. Dependencies of dimensionless phase velocities of Lamb modes on dimensionless thickness of elastic layer in absence of the initial stresses

Графіки для гідропружної системи, які наведені на рис.2, для випадку тонкого шару рідини з $\bar{h}_1 = 2$ показують, що при зростанні частоти або товщини пружного шару \bar{h}_2 швидкість першої моди Лемба прямує до швидкості хвилі Стоунлі ($\bar{c}_{st} = c_{st}/c_s = 0,77740$), а швидкість другої моди – до швидкості хвилі Релея ($\bar{c}_R = 0,93356$). Фазові швидкості усіх інших вищих мод Лемба прямують до швидкості хвилі зсуву у матеріалі пружного тіла.

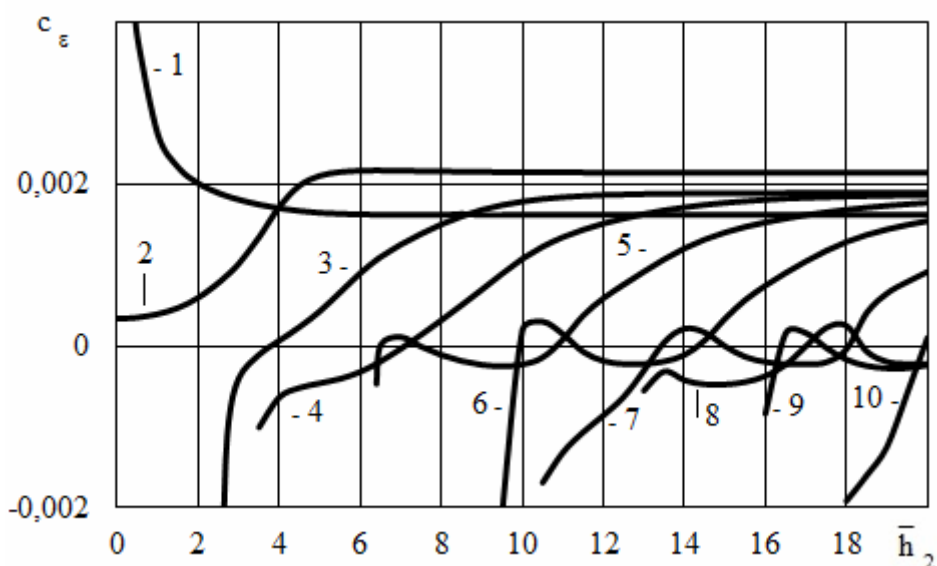


Рисунок 3. Залежності відносних змін фазових швидкостей мод Лемба від безрозмірної товщини пружного шару за наявності початкового розтягу

Figure 3. Dependencies of relative changes of phase velocities of Lamb modes on the dimensionless thickness of elastic layer in presence of the initial stretching

Наведені на рис.2 графіки показують, що у гідропружному хвилеводі з тонким рідким шаром ($\bar{h}_1 = 2$) зі зростанням частоти або товщини пружного шару \bar{h}_2 при обраних механічних параметрах системи, а саме таких, що швидкість звуку у рідині ($\bar{a}_0 = 1,1526$) більша швидкості хвилі Релея ($\bar{c}_R = 0,93356$) на поверхні твердого тіла

($a_0 > c_R$), глибина проникнення квазіповерхневої моди 1 у пружне тіло більше глибини проникнення у рідину [12]. У зв'язку з цим вона, поширюючись уздовж границі контакту середовищ, локалізується переважно у приповерхневій області твердого тіла. Квазірелеївська мода 2 локалізується та поширюється уздовж вільної поверхні пружного шару. Швидкість її із зростанням частоти прямує до швидкості хвилі Релея ($\bar{c}_R = 0,93356$). Вищі моди, починаючи з третьої, у короткохвильовій частині спектра розповсюджуються у пружному шарі по всій його товщині зі швидкістю хвилі зсуву у матеріалі твердого тіла. Відзначимо також, що наявність тонкого шару рідини призводить до зміни критичних частот та зсуву їх у напрямку довгохвильової частини спектра.

З графіків, зображених на рис.3, випливає, що початковий розтяг пружного шару ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) призводить до підвищення фазових швидкостей першої та другої моди. Вплив його на фазові швидкості усіх вищих мод 3–10 залежить від номера та частоти. Крім того, для мод, починаючи з третьої і далі для всіх наступних, існують частоти та певні товщини пружного шару, при яких попереднє деформування не впливає на їх фазові швидкості. Ця якісно нова закономірність, яка відсутня у випадку поширення хвиль у необмежених та напівобмежених тілах, вперше була виявлена для пружного шару, що не взаємодіє з рідиною, та наведена в роботі [9].

Відзначимо, що у розглянутому випадку хвилеводу з тонким рідким шаром з товщиною $\bar{h}_1 = 2$ всі вищі моди Лемба, починаючи з п'ятої, мають три такі частоти. З представлених графіків випливає також, що для окремих діапазонів частот попередній розтяг пружного шару може призводити як до підвищення, так і до зменшення величин фазових швидкостей нормальних хвиль.

Висновки. У рамках тривимірних рівнянь лінеаризованої теорії пружності скінченних деформацій для пружного тіла та тривимірних лінеаризованих рівнянь Ейлера для ідеальної рідини дано постановку задачі про поширення акустичних хвиль у попередньо деформованому стисливому пружному шарі, що взаємодіє з шаром ідеальної стислої рідини. Проаналізовано вплив початкової деформації, товщини шарів пружного тіла і рідини на фазові швидкості мод Лемба. Наведено дисперсійні криві для мод у широкому інтервалі частот. Для гідропружної системи показано, що при зростанні товщини пружного шару швидкість першої моди прямує до швидкості хвилі Стоунлі, а швидкість другої моди – до швидкості хвилі Релея. Фазові швидкості усіх вищих мод прямують до швидкості поширення хвилі зсуву у пружному тілі. Встановлено, що початковий розтяг пружного шару призводить до підвищення фазових швидкостей першої та другої мод. Встановлено, що для мод, починаючи з третьої, і далі для всіх наступних існують товщини пружного шару та певні частоти, при яких початковий розтяг пружного шару не впливає на їх фазові швидкості. Показано, що у випадку тонкого шару рідини кожна мода, починаючи з п'ятої, має три такі частоти. З'ясовано також, що для окремих діапазонів частот початковий розтяг пружного шару може призводити як до підвищення, так і до зменшення величин фазових швидкостей мод Лемба. Розвинений підхід та отримані результати дозволяють для хвильових процесів встановити межі застосованості моделей, заснованих на різних варіантах теорії малих початкових деформацій. Отримані результати можуть бути використані в ультразвуковому неруйнівному методі визначення напружень у приповерхневих шарах матеріалів [13], а також у таких областях, як сейсмологія, сейсморозвідка та інших.

Conclusions. Within the framework of the three-dimensional equations of the linearized elasticity theory of finite deformations for the elastic body and three-dimensional linearized equations Euler for on ideal fluid of the problem of propagation of acoustic waves in a pre-strained compressible elastic layer, that interacts with a layer of ideal compressible fluid the

statement of the problem, was presented. The influence of the initial deformation, the elastic body layers thickness and of fluid on the phase velocities of Lamb modes were analyzed. The dispersion curves for the modes in a wide range of frequencies were given. For hydroelastic system with increasing of the thickness elastic layer the velocity of the first mode tends to the Stoneley wave velocity and velocity of the second mode tends to the Rayleigh wave velocity was shown. The phase velocities of all higher modes tends to the velocity of shear wave in the elastic body. It was determined that the initial tension of the elastic layer leads to the increasing the phase velocities of first and second modes. It was determined that for all the modes, beginning with the third, there exist thicknesses the elastic layer and the certain frequencies, at which the initial tension of the elastic layer has no effect on their phase velocities. It was shown that in the case of a thin fluid layer, every mode, beginning with the fifth, has such three frequencies. It was found also, that for certain frequency ranges, the initial tension of the elastic layer can lead both to increasing and to decreasing of the phase velocities of Lamb modes. An approach developed and the results obtained allow to establish for the wave processes the limits applicability of the models based on different versions of the theory of small initial deformations. The results can be well used in the ultrasonic non-destructive method determination of the stresses in near-the-surface layers of materials as well in areas such as seismology, seismic search, etc.

Список використаної літератури

1. Викторов, И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах [Текст] / И. А. Викторов. – М. : Наука, 1981. – 288 с.
2. Vagno, A. M. Elastic waves in pre-stressed bodies interacting with a fluid (survey) [Text] / A. M. Vagno, A. N. Guz // Int. Appl. Mech. – 1997. – №6(33). – P. 435–463.
3. Гузь, А. Н. О задачах аэрогидроупругости для тел с начальными напряжениями [Текст] / А. Н. Гузь // Прикладная механика. – 1980. – № 3(16). – С. 3–21.
4. Гузь, А. Н. Упругие волны в телах с начальными напряжениями: в 2 т. [Текст] / А. Н. Гузь. – К. : Наук. думка, 1986. Т. 1: Общие вопросы. – 376 с. Т. 2: Закономерности распространения. – 536 с.
5. Гузь, А. Н. Динамика сжимаемой вязкой жидкости [Текст] / А. Н. Гузь. – К. : А. С. К., 1998. – 350 с.
6. Гузь, А. Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями [Текст] / А. Н. Гузь. – К. : А. С. К., 2004. – 672 с.
7. Guz, A. N. Dynamics of compressible viscous fluid. [Text] / A. N. Guz. – Cambridge Scientific Publishers, 2009. – 428 p.
8. Гузь, А. Н. Введение в акустоупругость [Текст] / А. Н. Гузь, Ф. Г. Махорт, О. И. Гуша. – К. : Наук. думка, 1977. – 152 с.
9. Гузь, А. Н. Волны в слое с начальными напряжениями [Текст] / А. Н. Гузь, А. П. Жук, Ф. Г. Махорт. – К. : Наук. думка, 1976. – 104 с.
10. Бабич, С. Ю. Упругие волны в телах с начальными напряжениями [Текст] / С. Ю. Бабич, А. Н. Гузь, А. П. Жук // Прикладная механика. – 1979. – № 4(15). – С. 3–23.
11. Жук, А. П. Волны Стоунли в среде с начальными напряжениями [Текст] / А. П. Жук // Прикладная механика. – 1980. – №1(16). – С. 113–116.
12. Волькенштейн, М. М. Структура волны Стоунли на границе вязкой жидкости и твердого тела [Текст] / М. М. Волькенштейн, В. М. Левин // Акустический журнал. – 1988. – №4(34). – С. 608–615.
13. Guz, A. N. On the foundations of the ultrasonic non-destructive determination of stresses in near-the-surface layers of materials. Review [Text] / A. N. Guz // J. Phys. Science and Application. – 2011. – №1(1), June. – P. 1–15.

Отримано 18.02.2015